UNA NUOVA TECNICA PER L'ANALISI DELLO SCATTERING DA SUPERFICI FINITE LISCIE O DEBOLMENTE ONDULATE

G. Tiberi, A. Monorchio, G. Manara

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione
Universita' di Pisa, via Diotisalvi 2,I-56126 Pisa, Italy
g.tiberi, a.monorchio, g.manara @iet.unipi.it

Abstract

The accurate calculation of the electromagnetic field scattered by finite flat or gently undulated plates plays an important role in the context of Radar Cross Section (RCS) analysis. In this paper a novel technique to calculate the induced current density on flat or gently undulated finite surfaces is presented. This technique is based on the plane wave spectral (PWS) decomposition and on the small perturbation method. Once the induced current is known, the RCS comes forward. Illustrative numerical results are included to demonstrate the accuracy and effectiveness of the method. Moreover, it should be reminded that no matrix generation or inversion is required.

INTRODUZIONE

Una delle problematiche più frequentemente incontrate nelle applicazioni radar è la valutazione della Radar Cross Section (RCS) di oggetti di dimensioni finite ma grandi rispetto alla lunghezza d'onda le cui superfici possono essere sia liscie, sia debolmente ondulate. In generale, vengono spesso utilizzate metodologie di calcolo basate sul metodo dei momenti (MoM); esse però presentano l'inconveniente di richiedere la generazione e l'inversione di matrici di grandi dimensioni. In questo lavoro viene introdotta una nuova tecnica per il calcolo della densità di corrente indotta su superfici finite liscie o debolmente ondulate. Questa tecnica si basa sulla decomposizione spettrale in onde piane (plane wave spectral-PWS decomposition) e sulla teoria delle piccole perturbazioni. Dapprima si sostituisce il problema originario, consistente nella determinazione della RCS di una superficie finita illuminata da un'onda piana uniforme, con quello equivalente della determinazione della RCS di una superficie infinita con le stesse caratteristiche di quella di partenza, illuminata da un fascio di onde piane con un profilo di ampiezza tale da limitare la presenza del campo incidente alla sola regione occupata dalla superficie iniziale (*gate*). Il fascio incidente può essere espresso come una sommatoria di onde piane uniformi (spettro di onde piane): per ogni onda dello spettro viene calcolata la densità di corrente indotta. Infine, le densità di corrente così ottenute vengono sommate con le relative fasi ed ampiezze per ottenere la densità di corrente indotta totale, nota la quale è agevole determinare altre grandezze quale ad esempio la RCS.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Si consideri una superficie perfettamente conduttrice debolmente ondulata con dimensioni finite lungo l'asse x, illuminata da un'onda piana uniforme polarizzata orizzontalmente (TM_y) e con ampiezza unitaria (Fig. 1):

$$\overline{E}^0_{inc}(x,z) = \hat{i}_y \exp\{-j[kx\sin(\theta^0_{inc}) - kz\cos(\theta^0_{inc})]\}, \tag{1}$$

dove θ^0_{inc} è l'angolo di incidenza misurato rispetto all'asse z e k il numero d'onda. Si assuma il problema uniforme lungo l'asse y; in questo caso la superficie può essere modellizzata come (problema 2-D):

$$z(x,y) = z(x) = a\cos(2\pi\Lambda_x x), \qquad for \quad -D_x \le x \le D_x, \tag{2}$$

dove a e Λ_x sono parametri che caratterizzano la superficie in esame. Per considerare una superficie liscia, basterà porre a=0.

Il primo passo per determinare la densità di corrente indotta sulla superficie finita è quello di sostituire la superficie stessa con una superficie infinita, illuminata da un fascio di onde piane che realizza una finestra (*gate*) di apertura pari a quella della superficie finita originaria. Il *gate* incidente può essere espresso nel seguente modo [1],[2]:

$$\overline{E}^{0}_{inc}(x,z) = \hat{i}_y \Pi_x e^{-j(k_x^0 x - k_z^0 z)}, \tag{3}$$

$$\Pi_x = \begin{cases} 1 & per\ -D_x \le x \le D_x, \\ 0 & altrove, \end{cases} \tag{4}$$

$$\overline{E}^{0}_{inc}(x,z) = \int_{\infty} \widetilde{f}(\alpha) e^{j\alpha x} e^{-j(k_x^0 x - k_z^0 z)} d\alpha, \tag{5}$$

dove $\widetilde{f}(\alpha)$ è la trasformata di Fourier di Π_x.

Successivamente, lo spettro continuo viene decomposto in una somma finita di onde piane, ognuna con la propria ampiezza e direzione di propagazione. L'operatore integrale diviene quindi una serie discreta di *n*+1 termini che può essere espressa nel seguente modo:

$$\overline{E}^{0}_{inc}(x,z) = \hat{i}_y \Delta\alpha \sum_{i=-n/2}^{i=n/2} \widetilde{f}(i\Delta\alpha) e^{-j(k_x^i x - k_z^i z)} = \Delta\alpha \sum_i \widetilde{f}(i\Delta\alpha) \overline{E}^{i}_{inc}. \tag{6}$$

Particolare attenzione deve essere prestata alla definizione dell'intervallo di campionamento $\Delta\alpha$, da cui dipende la distanza delle repliche fittizie dello spettro (fenomeno di *aliasing*), e del numero di campioni *n*, che influenza l'accuratezza della discretizzazione [1],[2].

Il passo successivo è la determinazione della densità di corrente indotta da ciascuna onda piana $\overline{E}^{i}_{inc}$ sulla superficie infinita:

$$\overline{J}^{i}_{s} = \hat{n} \times \overline{H}^{i}_{tot}. \tag{7}$$

In accordo con la teoria delle piccole perturbazioni [3], il campo totale può essere visto come la somma del campo incidente, del campo riflesso da una superficie piana infinita e del campo scatterato, quest'ultimo rappresentato da una opportuna sovrapposizione di onde piane, la cui ampiezza è espressa come serie perturbativa nella variabile *z*. Analiticamente:

$$\overline{H}^{i}_{tot} = \overline{H}^{i}_{inc} + \overline{H}^{i}_{refl} + \overline{H}^{i}_{scatt}, \tag{8}$$

$$H^{i}_{x,inc} + H^{i}_{x,refl} = \frac{2k_z^i}{\eta k} e^{-jk_x^i x}, H^{i}_{y,inc} + H^{i}_{y,refl} = 0, H^{i}_{z,inc} + H^{i}_{z,refl} = 0. \tag{9}$$

Usando la (2) per descrivere la superficie, si avrà [3]:

$$H^{i}_{x,scatt} = j\frac{ak_z^i}{\eta k}(\beta_+^i e^{-j((k_x^i + 2\pi\Lambda_x)x - \beta_+^i z)} + \beta_-^i e^{-j((k_x^i - 2\pi\Lambda_x)x - \beta_-^i z)}), \tag{10}$$

$$H^{i}_{y,scatt} = 0, \tag{11}$$

$$H^{i}_{z,scatt} = -j\frac{ak_z^i}{\eta k}[(k_x^i + 2\pi\Lambda_x)e^{-j((k_x^i + 2\pi\Lambda_x)x - \beta_+^i z)} + (k_x^i - 2\pi\Lambda_x)e^{-j((k_x^i - 2\pi\Lambda_x)x - \beta_-^i z)}], \tag{12}$$

dove:

$$\beta_+^i = \sqrt{k^2 - (k_x^i + 2\pi\Lambda_x)^2}; \quad \beta_-^i = \sqrt{k^2 - (k_x^i - 2\pi\Lambda_x)^2}. \tag{13}$$

Infine, sostituendo le (8)-(12) nella (7), si ottiene la densità di corrente indotta $\overline{J}^{i}_{s}$. E' opportuno ricordare che quanto detto precedentemente é valido quando sono verificate le condizioni di applicabilità del metodo delle piccole perturbazioni, ossia $|ka| < 0.3$ e $|dz/dx| << 1$ [3].

Il passo finale è sovrapporre le $\overline{J}_s^i$ con l'opportuno peso e sfasamento per ottenere la densità di corrente indotta totale $\overline{J}_s$ sulla porzione di superficie illuminata. Quest'ultima a sua volta approssima molto bene la densità di corrente indotta sulla superficie finita dall'onda piana uniforme di partenza.
Il metodo sopra riportato può essere esteso anche a superfici non perfettamente conduttrici. Consideriamo per semplicità una superficie liscia per la quale valga la condizione al contorno di impedenza (*impedance boundary condition*, IBC) e sia l'impedenza superficiale pari a η_2. Per ogni onda incidente $\overline{E}_{inc}^i$ si avrà:

$$\overline{J}_s^i = \hat{n} \times \overline{H}_{tot}^i ; \overline{M}_s^i = \overline{E}_{tot}^i \times \hat{n} = \eta_2 \overline{J}_s^i \times \hat{n} , \tag{14}$$

$$H_{x,tot}^i = H_{x,inc}^i + H_{x,refl}^i = \frac{k_z^i}{\eta k}(1-\Gamma_i)e^{-jk_x^i x} , \tag{15}$$

$$\Gamma_i = [(\eta_2 k_z^i / k - \eta)/(\eta_2 k_z^i / k + \eta)] . \tag{16}$$

Una volta determinate le $\overline{J}_s^i$ si procede come descritto precedentemente.

RISULTATI NUMERICI

Per valutare l'efficacia e l'accuratezza del metodo proposto si considera una superficie perfettamente conduttrice piatta (a=0 m). In particolare, viene calcolata la densità di corrente indotta $\overline{J}_s$ nell'ipotesi in cui: $f_0 = 300\,MHz$, $\theta_{inc}^0 = 0^\circ$, $D_x = \lambda$, $n = 960$, $\Delta\alpha = 36k/n$. Si avrà $\overline{J}_s(x) = J_{s,y}(x)\hat{i}_y$. La densità di corrente cosí ottenuta è confrontata in Fig. 2 con quella ricavata utilizzando il metodo dei momenti [4]: si osserva una buona corrispondenza tra le due curve anche in prossimità dei bordi della superficie, dove la densità di corrente medesima presenta dei picchi [5].
Successivamente, si considera una superficie perfettamente conduttrice con $D_x = 3\lambda$, $\Lambda_x = 1.5\,m^{-1}$, $f_0 = 300\,MHz$, $\theta_{inc}^0 = 0^\circ$, $n = 800$, $\Delta\alpha = 32k/n$. In particolare, viene riportata in Fig. 3 l'ampiezza di $J_{s,y}(x)$ per a=0 e a=0.02 m. E' importante notare che in quest'ultimo caso è presente anche una componente $J_{s,z}(x)$, la cui ampiezza viene graficata nella stessa figura.
In Fig. 4, viene inoltre riportata la Radar Cross Section di una piastra piana perfettamente conduttrice di dimensioni $1.5\lambda \times 1.5\lambda$, relativa al caso $f_0 = 450\,MHz$, $\theta_{\mathrm{inc}}^0 = 0^\circ$. I risultati ottenuti con la tecnica presentata in questo lavoro vengono confrontati con dati di riferimento valutati con il Metodo dei Momenti (MoM) e con l'ottica fisica (PO). Per questo specifico esempio $n = 1600$ ed $\Delta\alpha = 80k/n$.
Infine, in Fig. 5 viene riportata la RCS di una piastra di impedenza superficiale pari a $\eta_2 = 42 + j28\,\Omega$.
È bene sottolineare che gli esempi qui riportati sono relativi a dimensioni contenute delle superfici, e rappresentano il caso peggiore per la tecnica presentata. All'aumentare delle dimensioni della superficie, i risultati risultano maggiormente accurati.

CONCLUSIONI

In questo lavoro è stata presentata una nuova tecnica che permette di calcolare la RCS di superfici finite liscie o debolmente ondulate senza ricorrere a procedure di calcolo basate sul Metodo dei Momenti (MoM). In particolare, poichè non è richiesta alcuna costruzione e conseguente inversione di matrice, la tecnica risulta molto indicata in simulazioni di tipo Monte Carlo.

Bibliografia

[1] T. Koleck, H. Diez, J.C. Bolomey, and R. Mittra, "A Technique for Analyzing Finite Frequency Selective Surfaces", *IEEE APS Int Symp Dig.*, Vol.: 4, pp.2372 –2375, 1997.

[2] G. Tiberi, A. Monorchio, G. Manara "A Technique for the Analysis of the Scattering from Gently Undulated Finite Surfaces," *2002 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, San Antonio, Texas, June 16-21 2002, Vol. 4, pp. 280-283.

[3] A. Ishimaru, *"Wave Propagation and Scattering in Random Media"*, Academic Press, New York, 1978.

[4] C. A. Balanis, *"Advanced Engineering Electromagnetics"*, Wiley & Sons, 1989.

[5] R. T. Marchand, G. S. Brown, "On the Use of Finite Surfaces in the Numerical Prediction of Rough Surface Scattering", *IEEE Trans. on Ant. and Propag* , vol AP-47, no. 4, pp. 600-604, April 1999.

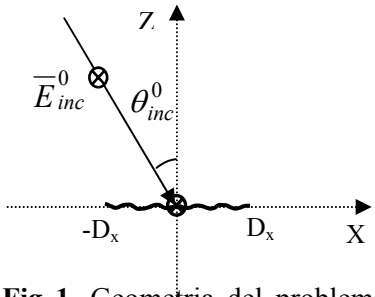

Fig 1. Geometria del problema di *scattering* analizzato.

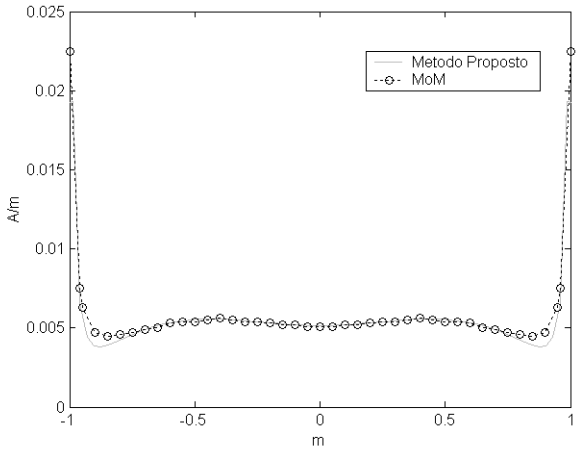

Fig 2. Densità di corrente indotta calcolata con il metodo proposto e con il MoM.

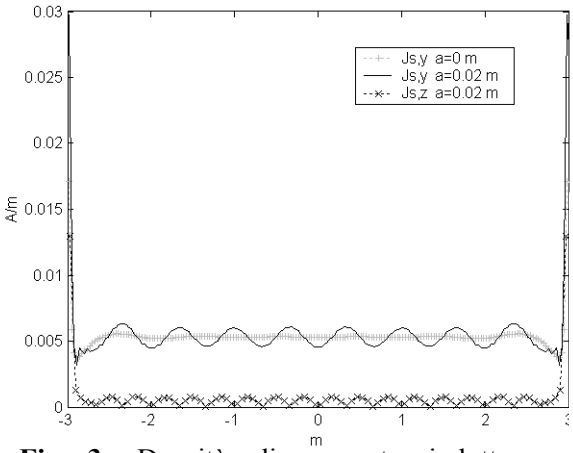

Fig 3. Densità di corrente indotta calcolata con il metodo proposto per *a*=0 m e *a*=0.02 m.

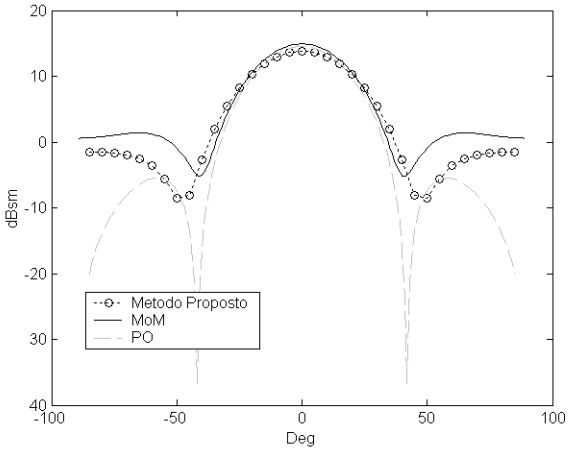

Fig 4. RCS di una piastra perfettamente conduttrice calcolata con il metodo proposto, con il MoM e con la PO.

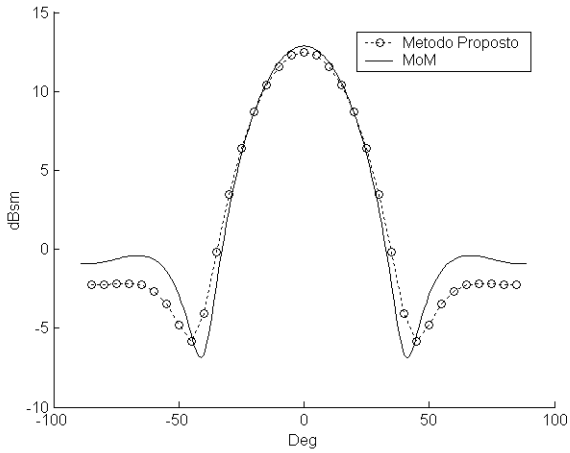

Fig 5. RCS di una piastra di impedenza calcolata con il metodo proposto e con il MoM.