

CALCOLO EFFICIENTE DELLA “SHIELDING EFFECTIVENESS” DI UNA STRUTTURA STRATIFICATA A SIMMETRIA CILINDRICA RIEMPITA CON DIELETTRICI NON OMOGENEI

L. Vegni, A. Toscano

Dipartimento di Ingegneria Elettronica, Università degli Studi “Roma Tre”

Via della Vasca Navale 84, 00146 Roma

vegni@uniroma3.it, toscano@ieee.org

Abstract

In this paper we discuss the shielding effectiveness of a multilayered integrated structure with cylindrical symmetry filled with non homogeneous isotropic materials. We propose an analytical, efficient analysis of the shielding effectiveness. Each slab is characterized in terms of the transmission matrix which leads to an equivalent circuit representation of the whole multilayered structure. Within the framework of this two-port formalism, integral equations for conducting metallizations (strips and patches) with an “ad libitum” number of layers is, also, derived. The expression of the shielded fields sustained by plane wave sources is deduced in a closed analytical form.

INTRODUZIONE

Uno dei problemi più importanti nell’ambito della Compatibilità Elettromagnetica riguarda la modellizzazione ed il controllo delle interferenze prodotte dal campo elettromagnetico irradiato. Per ridurre al minimo gli effetti indesiderati dell'accoppiamento sui circuiti e sui sistemi, una delle tecniche più comuni fa uso di dispositivi adeguati, i cosiddetti schermi. Gli schermi possono essere realizzati in molti modi diversi. Nella stragrande maggioranza dei casi, le schermature si realizzano con l'impiego di pannelli o contenitori metallici o, in ogni caso, di materiale buon conduttore elettrico. Uno schermo può anche essere realizzato con un tessuto (filato o non filato, naturale o sintetico) al quale viene in qualche modo aggiunto un materiale (grafite, filamenti metallici) dotato di buona conducibilità elettrica. La valutazione dell'efficacia schermante o “shielding effectiveness” di questo genere di schermi è stata ampiamente studiata. A partire dalla fine degli anni ottanta, al fine di migliorare l'efficienza di schermatura sono stati introdotti nuovi materiali dielettrici, in particolare i materiali non omogenei, che sembrano poter offrire prestazioni molto interessanti [1].

In questo contributo si mostra come derivare in forma analitica chiusa la “shielding effectiveness” di una struttura stratificata, multistrato a simmetria cilindrica riempita con dielettrici non omogenei eccitata da un campo elettromagnetico arbitrario. La “shielding effectiveness” attraverso una opportuna ed originale generalizzazione del Metodo delle Linee e del cosiddetto “Immittance Matrix Approach”. In particolare, in questo contributo si mostra come derivare una rappresentazione circuitale equivalente mediante reti due porte dell'intera struttura, e come, a partire da questa rappresentazione circuitale sia possibile derivare in forma analitica chiusa la “shielding effectiveness”.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA ELETTROMAGNETICO

Consideriamo la struttura stratificata a simmetria cilindrica rappresentata in Figura 1. Il materiale dielettrico isotropo, non omogeneo e con perdite, può essere caratterizzato in regime armonico, da un punto di vista elettromagnetico, dalle

relazioni costitutive:
$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r(r) \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \end{cases}.$$

Partendo dalle equazioni di Maxwell scritte in regime armonico, passando nel dominio trasformato di Fourier e sfruttando la simmetria della struttura possiamo scrivere:

- Due relazioni lineari che legano le componenti longitudinali del campo elettrico e magnetico a quelle trasversali:

$$\begin{cases} \tilde{E}_r = -\frac{\beta}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r(r)} \tilde{H}_\phi \\ \tilde{H}_r = -\frac{\beta}{\omega \mu_0 \mu_r(r)} \tilde{E}_\phi \end{cases} \quad (1)$$

- Due sistemi di equazioni differenziali del primo ordine accoppiate del tipo linee di trasmissione che definiscono le componenti trasversali del campo elettrico e magnetico:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{E}_\phi}{dr} = -j\omega \mu_0 \mu_r \tilde{H}_z - \frac{1}{r} \tilde{E}_\phi \\ \frac{d\tilde{H}_z}{dr} = -\frac{\beta^2 - k_0^2 \mu_r \epsilon_r(r)}{j\omega \mu_0 \mu_r} \tilde{E}_\phi \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{d\tilde{H}_\phi}{dr} = j\omega \epsilon_0 \epsilon_r(r) \tilde{E}_z - \frac{1}{r} \tilde{H}_\phi \\ \frac{d\tilde{E}_z}{dr} = \frac{\beta^2 - k_0^2 \mu_r \epsilon_r(r)}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r(r)} \tilde{H}_\phi \end{cases} \quad (2)$$

dove β rappresenta la variabile spettrale e $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ essendo μ_0 ed ϵ_0 la permeabilità magnetica e la permittività elettrica del vuoto, rispettivamente.

A partire dalle (2) è possibile ricavare l'equazione delle onde soddisfatta da \tilde{E}_ϕ ed \tilde{H}_ϕ :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \tilde{E}_\phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{E}_\phi}{dr} - \left[\frac{1}{r^2} + \beta^2 - k_0^2 \mu_r \epsilon_r(r) \right] \tilde{E}_\phi = 0 \\ \frac{d^2 \tilde{H}_\phi}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{\epsilon'(r)}{\epsilon(r)} \right) \frac{d\tilde{H}_\phi}{dr} + \left[\frac{1}{r^2} + \frac{\epsilon'(r)}{\epsilon(r)} \frac{1}{r} + \beta^2 - k_0^2 \mu_r \epsilon_r(r) \right] \tilde{H}_\phi = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Le (3) sono equazioni differenziali ordinarie del secondo ordine a coefficienti non costanti ed ammettono una soluzione in forma analitica chiusa solo per particolari andamenti di $\epsilon_r(r)$. In particolare si può dimostrare che quando la costante

dielettrica ha uno dei seguenti tre andamenti: $\epsilon_r(r) = \epsilon_r$, $\epsilon_r(r) = \frac{\epsilon_r^{(1)}}{r}$, $\epsilon_r(r) = \frac{\epsilon_r^{(2)}}{r^2}$,

le (3) ammettono soluzioni in termini delle funzioni ipergeometriche confluenti [2]. In generale possiamo, comunque, risolvere numericamente le (3) ed ottenere delle funzioni analitiche interpolanti che approssimano le soluzioni esatte con il desiderato grado di approssimazione. Se indichiamo, allora, con $F^{(1)}(r)$, $F^{(2)}(r)$ e

$G^{(1)}(r)$, $G^{(1)}(r)$ tali funzioni, possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \tilde{E}_\phi = C_1 F^{(1)}(r) + C_2 G^{(1)}(r) \\ \tilde{H}_\phi = D_1 F^{(2)}(r) + D_2 G^{(2)}(r) \end{cases} \quad (4)$$

Una volta ricavati \tilde{E}_ϕ ed \tilde{H}_ϕ , viste le (1) e (2), l'intero campo elettromagnetico è noto ed è possibile definire la matrice di trasmissione di un generico strato dielettrico di altezza d con le interfacce poste alla quota $r = r_0$ ed $r = r_0 + d$. Generalizzando opportunamente il procedimento mostrato in [3, 4] per il caso di strutture integrate a simmetria planare, per il generico i -esimo strato si perviene a:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_\phi(r_0 + d) \\ \tilde{E}_z(r_0 + d) \\ \tilde{H}_\phi(r_0 + d) \\ \tilde{H}_z(r_0 + d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i^{(1)} & 0 & 0 & B_i^{(1)} \\ 0 & A_i^{(2)} & B_i^{(2)} & 0 \\ 0 & C_i^{(2)} & D_i^{(2)} & 0 \\ C_i^{(1)} & 0 & 0 & D_i^{(1)} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \tilde{E}_\phi(r_0) \\ \tilde{E}_z(r_0) \\ \tilde{H}_\phi(r_0) \\ \tilde{H}_z(r_0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Gli elementi $A_i^{(1,2)}$, $B_i^{(1,2)}$, $C_i^{(1,2)}$, $D_i^{(1,2)}$ della matrice di trasmissione dipendono dalle costanti secondarie delle linee di trasmissione definite dalla (2) e dagli integrali $F^{(1)}(r)$, $F^{(2)}(r)$ e $G^{(1)}(r)$, $G^{(2)}(r)$ delle equazioni delle onde (3). A titolo di esempio si mostra l'espressione completa dell'elemento $A_i^{(1)}$:

$$A_i^{(1)} = \frac{1}{r_0} \frac{G^{(1)}(r_0 + d)[F^{(1)}(r_0) + r_0 F'^{(1)}(r_0)] - F^{(1)}(r_0 + d)[G^{(1)}(r_0) + r_0 G'^{(1)}(r_0)]}{F'^{(1)}(r_0)G^{(1)}(r_0) - F^{(1)}(r_0)G'^{(1)}(r_0)} \quad (6)$$

Una volta note le matrici di trasmissione dei singoli strati, è immediato ricavare la matrice di trasmissione della intera struttura stratificata. Essa, infatti, è pari al prodotto delle matrici di trasmissione dei singoli strati.

Per quanto riguarda la "shielding effectiveness" (SE) essa è definita in dB come:

$$SE = 20 \log_{10} \left| \frac{E_{inc}}{E_{tr}} \right| \quad (7)$$

Si consideri, ora, il caso di una struttura stratificata di spessore D , con la prima interfaccia, quella affacciata sul semispazio isotropo, posta alla quota $r = r_0$.

Nel caso di un'onda piana incidente $TE(\hat{r})$ la SE è data da:

$$SE^{TE} = 20 \log_{10} \left| r_0 Z_i \frac{A^{(1)}D^{(1)} - B^{(1)}C^{(1)}}{[B^{(1)} + D^{(1)}r_0 Z_i A^{(1)}]S^{(1)}(r_0) + B^{(1)}r_0 S'^{(1)}(r_0)} \right| \quad (8)$$

Nel caso di un'onda piana incidente $TM(\hat{r})$ la SE è data da:

$$SE^{TM} = 20 \log_{10} \left| [S^{(2)}(r_0) + r_0 S'^{(2)}(r_0)] \frac{A^{(2)}D^{(2)} - B^{(2)}C^{(2)}}{[A^{(2)} + r_0 Y_i C^{(2)}]S^{(2)}(r_0) + A^{(1)}r_0 S'^{(2)}(r_0)} \right| \quad (9)$$

Nelle (8) e (9) si sono fatte le seguenti posizioni:

- $A^{(1,2)}$, $B^{(1,2)}$, $C^{(1,2)}$, $D^{(1,2)}$ definiscono la matrice di trasmissione complessiva che rappresenta, cioè, l'intera struttura stratificata;
- $Z_i = j\omega\mu_0\mu_r$, $Y_i = j\omega\epsilon_0\epsilon_r$;

- $E_{\text{inc}} = V_0 S^{(1)}(r)$ per la polarizzazione $TE(\hat{r})$ ed $E_{\text{inc}} = V_0 S^{(2)}(r)$ per la polarizzazione $TM(\hat{r})$.

Al fine di mostrare un risultato numerico, in Figura 2 è riportato l'andamento di SE^{TE} al variare di θ per diversi valori dello spessore D , in presenza di un solo strato, per un andamento della costante dielettrica di tipo iperbolico: $\epsilon_r(r) \propto r^{-1}$. Dalla figura è evidente l'effetto dello spessore dell'intera struttura sull'andamento della SE^{TE} .

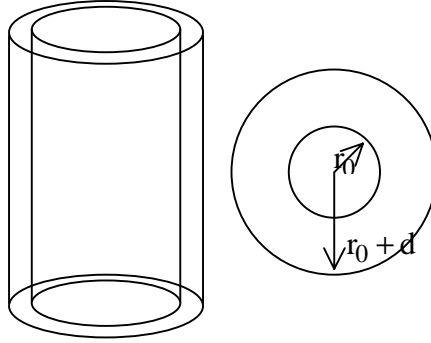


Figura 1: Geometria del problema.

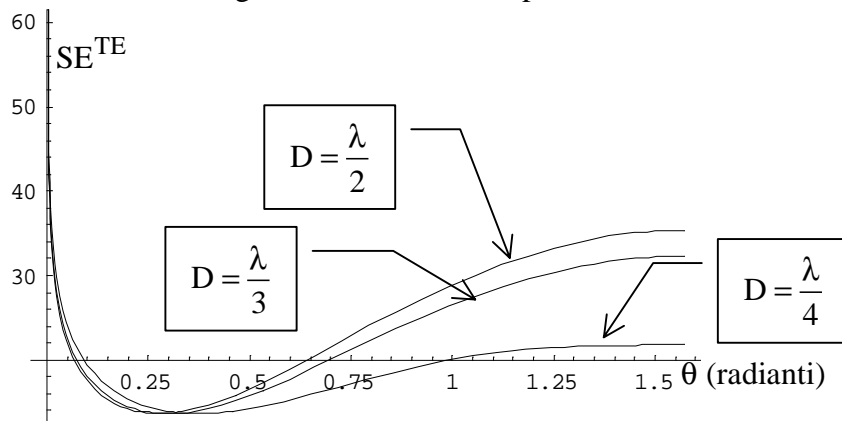


Figura 2: Andamento di SE^{TE} al variare di θ per diversi valori dello spessore D ,

$$(\epsilon_r(r) = \frac{2}{r}, \mu_r = \epsilon_r = 1, r_0 = 1 \text{ m}, f = 1 \text{ GHz}).$$

REFERENZE

1. M. A. Morgan, D. L. Fisher, and E. A. Milne, "Electromagnetic Scattering by Stratified Inhomogeneous Anisotropic Media", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-35, pp.191-197, 1987.
2. A. Goldstein, Advanced Methods for Differential Equations, NASA, 1973.
3. A. Toscano and L. Vegni, "Analysis of Printed-Circuit Antennas with Chiral Substrates with the Method of Lines," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 1, Gennaio 2001, pp. 48-54.
4. A. Toscano, L. Vegni and F. Bilotti, "A new Efficient Method of Analysis for Inhomogeneous Media Shields and Filters," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, No. 3, Agosto 2001, pp. 394-399.