L'EFFETTO DELLA CONOSCENZA NON ACCURATA DELLO SCENARIO DI RIFERIMENTO NELLA RICOSTRUZIONE DI OGGETTI SEPOLTI

F. Soldovieri, R. Persico

Istituto per il Rilevamento Elettromagnetico dell'Ambiente (IREA-CNR)
Via Diocleziano 328, I-80125 Napoli, Italy
Ph: +39 081 5704945/5707999; fax: +39 081 5705734;
e-mail: {soldovieri.f, persico.r}@irea.cnr.t

Abstract

In this paper the effect of some uncertainties on the parameters involved in inverse scattering from buried objects are numerically analysed with reference to a two dimensional geometry and within the framework of the linear Born model. In particular, the focus is on the radiating characteristics of the adopted antennas and on the reference dielectric permittivity.

INTRODUZIONE

Il problema della prospezione subsuperficiale, ovvero della localizzazione e della caratterizzazione di oggetti sepolti sepolti a partire da misure del campo retrodiffuso misurato all'interfaccia fra aria e suolo, risulta di grande interesse applicativo in vari settori quali l'ingegneria civile, la salvaguardia dei beni monumentali e la ricerca di sottoservizi solo per citare alcuni esempi.
Allo stato attuale i georadar usualmente impiegati lavorano nel dominio del tempo generando un impulso elettromagnetico che, interagendo con le discontinuità dielettriche presenti nel mezzo investigato, dà origine ad echi che vengono raccolti da antenne riceventi in configurazioni monostatiche o bistatiche. Facendo variare la posizione dell'antenna trasmittente si ottiene così una rappresentazione bidimensionale della scena investigata (radargramma) dove il tempo di ritardo dell'eco è rappresentato in funzione della posizione dell'antenna trasmittente.
Questo semplice modo di operare risulta sufficiente per applicazioni in cui ci si prefigga di determinare la presenza e la posizione di un eventuale oggetto sepolto. Tuttavia, in casi in cui sia necessario avere maggiore informazioni sugli oggetti sepolti, in termini di forma ed eventualmente di caratteristiche chimico/fisiche, risulta più conveniente avere a disposizione algoritmi capaci di produrre immagini tomografiche che rappresentino le variazioni spaziali di permittività dielettrica e/o conducibilità all'interno della regione investigata. Questo è possibile se si affronta il problema della diffusione elettromagnetica inversa, la cui risoluzione è resa particolarmente complicata dalle inerenti malposizione e nonlinearità che entrano in gioco [1].
In tale contesto, l'adozione di modelli lineari della diffusione elettromagnetica [2] consente di ottenere efficienti algoritmi di soluzione, che risultano affidabili e stabili rispetto alle incertezze sui dati anche nel caso, di grande interesse applicativo, di domini di investigazione estesi in termini di lunghezza d'onda. Di converso, detti modelli lineari introducono alcune limitazioni riguardo alla classe dei profili dielettrici che è possibile ricostruire, sia in termini di valore massimo della differenza fra la permittività dielettrica dell'oggetto e quella del mezzo ospite [3], che in termini di massima estensione dell'oggetto retrodiffondente [3], che in termini di variazioni spaziali ammissibili in dipendenza della configurazione di misura adottata [4].
In questa comunicazione si vuole affrontare il problema della diffusione elettromagnetica inversa, con riferimento ad una geometria bidimensionale di tipo semispazio nell'ambito del modello di Born. In particolare si vogliono analizzare, per un algoritmo di inversione lineare, gli effetti sulla ricostruzione di alcune sorgenti di incertezza quali la non accurata conoscenza delle

caratteristiche direzionali delle antenne impiegate e delle caratteristiche dielettriche dello scenario di riferimento.

FORMULAZIONE

Lo scenario di riferimento è composto di due semispazi omogenei separati da un'interfaccia planare posta a quota z=0 (fig. 1). Il semispazio superiore è caratterizzato da permittività dielettrica e permeabilità magnetica pari a quelle del vuoto. Il semispazio inferiore si differenzia invece per una permittività dielettrica ε_b e una conducibilità σ_b. Si suppongono gli oggetti infinitamente estesi e invarianti lungo l'asse y, immersi nel semispazio inferiore e posti all'interno del dominio di investigazione $D=[-a,a]\times[z_{\min}, z_{\min}+2b]$. Le incognite del problema sono quindi la permittività dielettrica relativa $\varepsilon_r(x,z)$ e la conducibilità $\sigma(x,z)$ nel dominio D. La sorgente del campo incidente è una distribuzione di corrente elettrica diretta lungo l'asse y infinitamente estesa ed invariante lungo la direzione y, che irradia in una prefissata banda di frequenze $\Omega=[\omega_{\min},\omega_{\max}]$. La sorgente è posta all'interfaccia z=0 ed occupa posizioni diverse nel dominio $\Sigma=[-x_M, x_M]$. Per ogni posizione dell'antenna trasmittente, il campo diffuso dagli oggetti sepolti è raccolto in punti di misura appartenenti anch'essi al dominio di osservazione Σ. Pertanto, la configurazione di misura adottata è in generale multifrequenza/multivista/multistatica. L'incognita del problema è la funzione contrasto

$$\chi(x,z)=\frac{\varepsilon_{eq}(x,z)-\varepsilon_{eqb}}{\varepsilon_{eqb}} \tag{1}$$

dove $\varepsilon_{eq}(x,z)=\varepsilon_r(x,z)\varepsilon_0 - j\sigma(x,z)/\omega$ e $\varepsilon_{eqb}=\varepsilon_b\varepsilon_0 - j\sigma_b/\omega$. Per definizione, dunque, il contrasto risulta diverso da zero solo nel dominio di investigazione D. E' altresì chiaro che il contrasto dipende a rigore dalla frequenza. Nel presente lavoro questa dipendenza viene trascurata, ed il contrasto a cui ci riferiamo è quello della frequenza centrale nella banda adoperata.
Nel caso dell'approssimazione di Born [2], la relazione fra dati e incognite è data da

$$E_s(x,x_s,\omega)=k_s^2\iint_D G_e(x,x',z',\omega)E_{inc}(x_s,x',z',\omega)\chi(x',z')dx'dz' \quad x,x_s\in\Sigma,\ \omega\in\Omega \tag{2}$$

dove $E_s(x,x_s,\omega)$ denota il campo diffuso osservato nel punto x ed alla pulsazione ω quando la sorgente è posta in x_s. Inoltre, $k_s=k_0\sqrt{\varepsilon_b - j\sigma_b/(\omega\varepsilon_0)}$ e $k_0=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ sono rispettivamente i numeri d'onda nei due semispazi inferiore e superiore. G_e denota la funzione di Green esterna, mentre E_{inc} rappresenta il campo incidente nel semispazio inferiore in assenza di oggetti sepolti, e quindi tiene in conto delle caratteristiche radiative dell'antenna trasmittente.
In particolare, utilizzando la rappresentazione spettrale del campo incidente, quest'ultimo viene espresso come

$$E_{inc}(x_s,x',z',\omega)=\frac{-\omega\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E_T(u)\frac{2w_o(u)}{w_s(u)+w_0(u)}e^{-ju(x_s-x')}e^{-jw_s(u)z'}du \tag{3}$$

dove $w_i=\sqrt{k_i^2-u^2}$ $i\in\{0,s\}$ ed $E_T(u)$ rappresenta lo spettro di onde piane delle sorgenti assegnate, considerate però nello spazio libero. La funzione di Green è data dalla relazione

$$G_e(x,x',z',\omega)=-\frac{j}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-jw_s(u')z'}}{w_s(u')+w_0(u')}e^{-ju'(x-x')}du' \tag{4}$$

In conclusione il campo diffuso risulta espresso da

$$E_s(x,x_s,\omega)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(u,u')du\,du'\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\chi(x',z')e^{-j(w_s(u)+w_s(u'))z'}e^{j(u+u')x'}e^{-j(ux_s+u'x)}dx'dz' \tag{5}$$

dove

$$f(u,u')=\frac{jk_s^2\omega\mu_0E_T(u)w_0(u)}{[w_o(u)+w_s(u)][w_o(u')+w_s(u')]} \tag{6}$$

L' algoritmo di soluzione del problema è basato sulla Decomposizione ai Valori Singolari (SVD) dell'operatore lineare [5] che lega il dato del problema (ovvero le misure del campo diffuso) alla funzione contrasto. Il perseguimento di una soluzione stabile del problema viene ottenuto grazie al metodo della SVD troncata [5], che impone l'appartenenza della soluzione ad uno spazio a dimensione finita. La scelta di questa dimensione è un compromesso fra le contrastanti esigenze di una stima accurata della funzione contrasto e di una soluzione robusta rispetto alle incertezze sui dati.

ESEMPI NUMERICI

Un'estesa analisi numerica riguardante le prestazioni dell'algoritmo è stata effettuata, con riferimento a configurazioni di misure multistatiche e multimonostatiche.
Vengono qui presentati alcuni risultati relativi ad uno scenario di riferimento con il semispazio inferiore caratterizzato da $\varepsilon_b=9$ e $\sigma_b=0.01$ S/m. In esso si suppone immerso un oggetto quadrato di lato pari a 40 cm, con il lato superiore posto alla profondità di 1.5 metri ed avente permittività dielettrica relativa $\varepsilon_r=9.5$ e conducibilità pari a quella del suolo circostante.
Si fa qui riferimento ad una configurazione multimonostatica, ovvero con trasmissione e ricezione effettuate nello stesso punto.
I dati sono sintetizzati in accordo col modello lineare e si assumono raccolti in 21 posizioni, distribuite con passo uniforme di 10 cm lungo un dominio di osservazione di estensione pari a 2 metri. Le frequenze adoperate vanno da 50 a 450 MHz con passo 25 MHz. I dati sono poi corrotti con un rumore additivo gaussiano, ed il rapporto segnale rumore è pari a 20 dB.
Il dominio di investigazione assunto ha dimensioni pari a 2x2 metri quadrati e inizia da una profondità minima di 40 cm. Il profilo incognito è stato espanso utilizzando 50 gradini in verticale e 51 armoniche di Fourier nella direzione trasversale per ogni gradino. Le ricostruzioni sono effettuate mediante la SVD troncata, con una soglia per il troncamento scelta pari ad un decimo del massimo valore singolare.
La sorgente adoperata nella prima prova è costituita da una schiera di 5 fili di corrente distanziati fra loro di mezza lunghezza d'onda del suolo alla massima frequenza adoperata. I coefficienti di eccitazione sono tali da fornire un schiera di Chebyshev (alla massima frequenza adoperata) con i lobi laterali a –20 dB [6]. La ricostruzione è mostrata in fig.2; essa mostra un filtraggio dell'operatore che è di tipo passabasso nella direzione parallela alla linea di misura e passabanda in profondità [4].
La figura 3 fa invece riferimento al caso di una conoscenza non accurata dell'antenna trasmittente, assunta pari a un filo di corrente. Ciò significa che l'operatore assume il campo incidente prodotto da un singolo filo di corrente, mentre i dati sono generati dalla stessa schiera della prima prova. Si può notare che la localizzazione e le risoluzioni orizzontale e verticale ottenute non cambiano molto rispetto al caso di fig. 2, essendo sensibilmente differente soltanto il livello del contrasto ricostruito. Questo può essere spiegato sottolineando che la risoluzione orizzontale è essenzialmente dettata dall'estensione dell'apertura sintetica ottenuta facendo muovere le antenne, mentre la risoluzione in profondità è legata alla banda di frequenze Ω [7].
L'ultimo esempio che preserntiamo si riferisce all'effetto di una conoscenza non accurata della permittività dielettrica di riferimento, assunta erroneamente pari a undici nella costruzione

dell'operatore, mentre per i dati essa vale, come per le prove precedenti, nove. Dal risultato mostrato in fig. 4 si può notare che la localizzazione dell'oggetto ricostruito è errata. Ciò è dovuto alla velocità di propagazione "stimata dall'operatore" più bassa rispetto alla velocità di propagazione "vera" di cui tengono conto i dati. Ad ulteriore riprova, è stato verificato anche che, adoperando per l'operatore una permittività minore di quella contenuta nei dati, l'oggetto ricostruito risulta più profondo di quello vero.

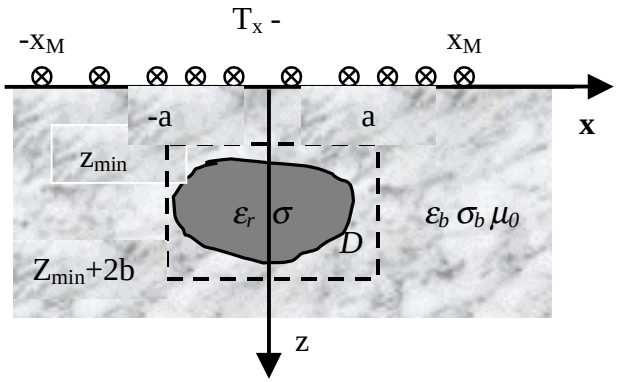

Fig.1 Geometria del problema

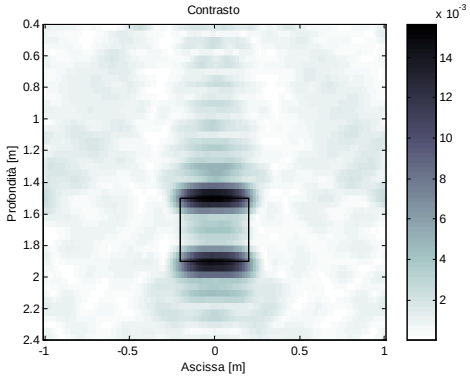

Fig. 2: Ricostruzione con una schiera di 5 elementi

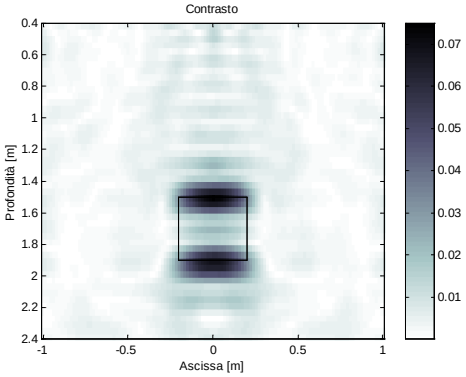

Fig. 3: Ricostruzione con errore sullo spettro di onde piane della sorgente

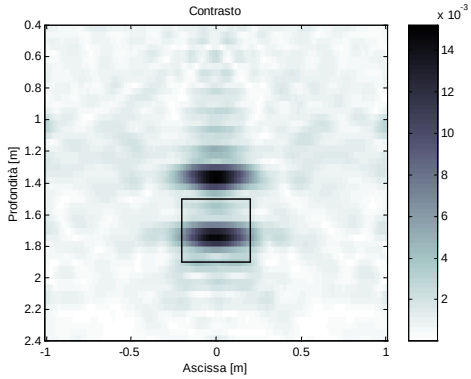

Fig. 4: Ricostruzione con errore sulla stima della permittività dielettrica del suolo.

RIFERIMENTI

[1] D.Colton, R.Kress, *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*, Springen Verlag,1992, Berlin, Germany.

[2] W.C. Chew, *Waves and Fields in Inhomegeneous Media*, IEEE Press, 1995, New Jersey.

[3] M. Slaney, A.C. Kak, L.E. Larsen, "Limitations of imaging with first order diffraction tomography", *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, MTT-32, pp. 860-874, 1984.

[4] R. Pierri, G. Leone, F. Soldovieri, R. Persico, "Electromagnetic inversion for subsurface applications under the distorted Born approximation", Il Nuovo Cimento 24C, n. 2, pp. 245-261, Mar.-Apr. 2001.

[5] M. Bertero and P. Boccacci, *Introduction to Inverse Problems in Imaging*, Inst. of Physics; 1998.

[6] R. E. Collin, *Antennas and Radio-wave Propagation*, McGraw-Hill, 1985, New York.

[7] R. Pierri, A. Liseno, R. Solimene, F. Tartaglione, F. Soldovieri," Resolution limits in the Fresnel zone: roles of aperture and frequency", *Subsurface Sensing Technologies Assoc. Journal*, 3, pp.1-18, 2002.