

# ANALISI DELLA RADIAZIONE DA DISTRIBUZIONI DI CORRENTE POSTE SU DI UN CILINDRO DIELETTRICO STRATIFICATO A GEOMETRIA ELLITTICA

G. Amendola<sup>1</sup>, G. Angiulli<sup>2</sup>, G. Di Massa<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Elettronica, Automatica e Sistemistica  
Università della Calabria  
via Pietro Bucci, 89036, Rende (Cs)  
[amendola@deis.unical.it](mailto:amendola@deis.unical.it); [dimassa@deis.unical.it](mailto:dimassa@deis.unical.it);

<sup>2</sup>Dipartimento di Informatica, Matematica, Elettronica e Trasporti  
Università *Mediterranea*  
Via Graziella, 89100, Reggio Calabria  
[angiulli@ing.unirc.it](mailto:angiulli@ing.unirc.it);

**Abstract-** In this paper a patch antennas printed on dielectric-coated elliptic cylinders is analysed using the Green's function technique in the spectral domain. An assumed electric surface current distribution on the patch is taken as the radiation source and introduced through the boundary condition at the air-dielectric interface. The total field inside the coating and in the exterior region is expressed in terms of Mathieu functions with unknown expansion coefficients. The far field is calculated asymptotically from this solution and it is used to get the radiation pattern of some current distribution. Numerical examples are included to illustrate the method.

## INTRODUZIONE

I fenomeni di radiazione e scattering da oggetti cilindrici sono stati, in passato, largamente investigati allo scopo di modellare il comportamento di strutture di pratico interesse ingegneristico, tra cui le antenne conformi. Varie sono le geometrie d'antenna possibili, tuttavia lo sforzo dei ricercatori è stato principalmente rivolto all'analisi di radiatori posti su cilindri dielettrici a sezione circolare, e molti sono stati gli studi presentati nel corso degli anni [1-2]. Tuttavia, il sistema di coordinate cilindrico non include quelle superfici che possono essere ancora considerate, in senso più ampio, come cilindriche. A questo scopo, meglio si presta il sistema di coordinate ellittico cilindrico, poiché esso consente di modellare superfici a raggio di curvatura variabile, tra le quali possiamo annoverare come esempi le ali e le code d'aeroplano. L'analisi delle antenne conformi è usualmente svolta attraverso la risoluzione di un'equazione integrale mediante il Metodo dei Momenti. Questa tecnica risulta essere efficace, ma è condizionata alla conoscenza della funzione di Green propria della geometria del problema in esame. Per ciò che riguarda le antenne conformi poste su superfici a sezione ellittica, le difficoltà che si incontrano nella valutazione della funzione di Green, sono dovute alle proprietà delle autofunzioni associate al sistema di coordinate in questione. Come noto le funzioni di Mathieu dipendono dal numero d'onda, che è a sua volta funzione della costante dielettrica. Questa dipendenza fa sì che le autofunzioni considerate in strati differenti, non siano ortogonali fra loro, provocando così notevoli difficoltà nel computo della funzione di Green. In questo lavoro, viene affrontata la determinazione della funzione di Green nel dominio spettrale per un cilindro ellittico stratificato a sezione ellittica. Nel seguito verranno presentati alcuni dettagli degli sviluppi della funzione di Green e ne verrà data una espressione matriciale utilizzabile nell'implementazione di metodi di analisi full-wave. Come risultati preliminari

verranno presentati i diagrammi di radiazione di distribuzioni di correnti note per cilindri stratificati con eccentricità diverse.

## TEORIA

La figura (1) mostra la geometria per il problema in analisi. Essa è costituita da un cilindro ellittico, perfettamente conduttore e infinitamente lungo, avente semiasse maggiore  $a_{max}$  e semiasse minore  $a_{min}$ , posto alla coordinata  $u=u_0$ , ricoperto da un cilindro dielettrico di permittività relativa  $\varepsilon_r$ , posto alla coordinata  $u=u_1$ . L'antenna, anch'essa realizzata mediante un conduttore elettrico perfetto, è posta sul dielettrico e si suppone avere forma arbitraria. Nel seguito, si ipotizzerà di sostituire al radiatore in questione un'opportuna distribuzione di corrente  $\mathbf{J}(v,z)$ .

Il campo complessivo, prodotto dalla distribuzione di corrente assegnata, può essere espresso attraverso l'impiego di una coppia di potenziali scalari ( $\psi_{Mi}$ ,  $\psi_{Ei}$ ) con  $i=1$  per la regione compresa tra il cilindro metallico e il dielettrico, e  $i=2$  per la regione esterna al dielettrico. Le soluzioni, per i potenziali trasformati, nel dominio spettrale, sono, rispettivamente:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_z^{A,1} = & \sum_{m=0}^{\infty} (e_{m,1}^{A,1} Mc_m^1(q_1, u) + e_{m,1}^{A,1} Mc_m^2(q_1, u)) ce_m(q_1, v) + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} (o_{m,1}^{A,1} Ms_m^1(q_1, u) + o_{m,1}^{A,1} Ms_m^2(q_1, u)) se_m(q_1, v) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tilde{\psi}_z^{A,2} = \sum_{m=0}^{\infty} e_{m,4}^{A,2} Mc_m^4(q_2, u) ce_m(q_1, v) + \sum_{m=1}^{\infty} o_{m,4}^{A,2} Ms_m^4(q_2, u) se_m(q_1, v) \quad (2)$$

dove, con  $Mc_m^1$ ,  $Ms_m^1$ ,  $Mc_m^2$ ,  $Ms_m^2$ ,  $Mc_m^4$ ,  $Ms_m^4$ , indichiamo, rispettivamente, le funzioni radiali di Mathieu pari e dispari di prima, seconda e quarta specie, mentre con i termini  $se_m$ ,  $ce_m$  indichiamo le funzioni angolari di Mathieu pari e dispari. Il termine A nelle (1), (2) sarà pari a E o M, a seconda che l'espressione in questione sia riferita al potenziale elettrico o magnetico.

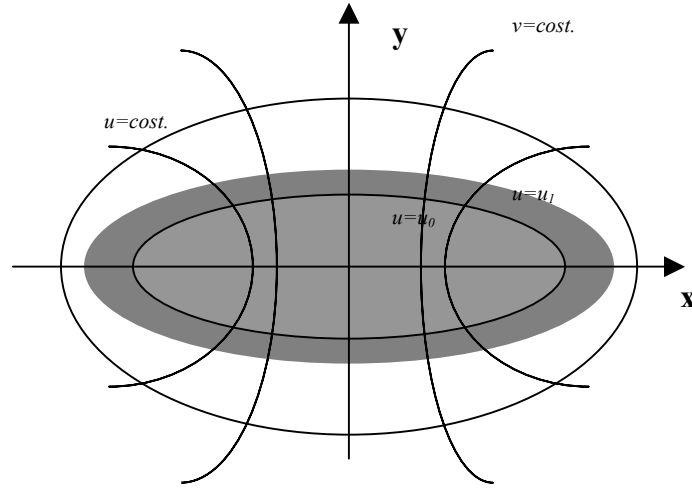
I coefficienti incogniti  $e(o)^{A,1}_{m,1}$ ,  $e(o)^{A,2}_{m,4}$  nelle espressioni (1), (2) sono determinabili a partire dalle condizioni al contorno per i campi elettrico e magnetico sulla superficie del cilindro ellittico:

$$\tilde{E}_z^1 = \tilde{E}_v^1 = 0 \quad u = u_0 \quad (3)$$

e sull'antenna:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_v^2 - \tilde{E}_v^1 &= 0 \\ \tilde{E}_z^2 - \tilde{E}_z^1 &= 0 \\ \tilde{H}_v^2 - \tilde{H}_v^1 &= \tilde{J}_v \\ \tilde{H}_z^2 - \tilde{H}_z^1 &= \tilde{J}_z \end{aligned} \right\} \quad \text{in } u = u_1 \quad (4)$$

L'impiego della condizione al contorno (3), valida per le componenti tangenziali del campo elettrico sulla superficie del metallo in  $u=u_0$ , permette di determinare le relazioni tra ampiezze complesse delle onde progressive e regressive nell'espressione



**Figura 1.** Geometria per un'antenna stampata posta su di un cilindro ellittico stratificato.

del campo per la regione metallo-dielettrico, mentre dalla condizione (4) in  $u=u_1$  all'interfaccia vuoto dielettrico, si ottiene la connessione tra le ampiezze complesse dei campi tra le regioni metallo-dielettrico e vuoto. Sostituendo, quanto ottenuto dalla (3) nella (4) e applicando il metodo di Galerkin a quest'ultima relazione, otteniamo il seguente sistema di equazioni lineari:

$$[\mathbf{M}(k_z), -\mathbf{T}(k_z)] \begin{bmatrix} \mathbf{c}^2 \\ \mathbf{c}^1 \end{bmatrix} = \mathbf{J}(k_z) \quad (5)$$

in cui  $\mathbf{c}^1$  e  $\mathbf{c}^2$  sono i vettori contenenti i coefficienti per le espressioni dei campi nelle regioni metallo-dielettrico e dielettrico-vuoto. Il campo, in quest'ultima regione, è esprimibile come [3],[4]:

$$\mathbf{E}(k_z) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{12} & \mathbf{P}_{22} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{c}^2 \quad \text{con} \quad \mathbf{E}(k_z) = \begin{bmatrix} E_v(k_z) \\ E_z(k_z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

con:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{11} &= -\frac{k_z}{\omega \epsilon_0} [Mc_m^4 ce'_m(q_2, v), Ms_m^4 se'_m(q_2, v)] \\ \mathbf{P}_{12} &= -\frac{k_z}{\omega \epsilon_0} [Mc_m'^4 ce_m(q_2, v), Ms_m'^4 se_m(q_2, v)] \\ \mathbf{P}_{21} &= \frac{k_z^2 - k_z^2}{j\omega \epsilon_0} [Mc_m^4 ce_m(q_2, v), Ms_m^4 se_m(q_2, v)] \end{aligned} \quad (7)$$

vettori riga di dimensione  $1 \times 2N$ , dove  $N$  numero di funzioni espansione per il campo. Inoltre, dalla (5) è possibile ottenere una relazione che lega direttamente la densità di corrente  $\mathbf{J}$  ai soli coefficienti della regione esterna  $\mathbf{c}^2$ . Combinando questa espressione con la (6) è possibile scrivere la relazione tra il campo, nella regione dielettrico-vuoto e la densità di corrente come:

$$\mathbf{E}(k_z) = \mathbf{G}(k_z) \mathbf{J}(k_z) \quad (8)$$

in cui  $\mathbf{G}(k_z)$  è la funzione diadica di Green nel dominio spettrale per il cilindro ellittico stratificato.

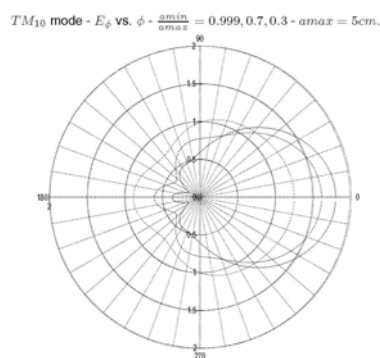
## RISULTATI NUMERICI

In figura (2) viene riportato l'andamento della componente di campo  $E_\phi$ , rispetto a  $\phi$ , per il caso di un patch rettangolare, avente dimensione  $3 \times 4$  cm, risonante sul modo fondamentale  $TM_{10}$ , posto su di un cilindro ellittico avente semiasse maggiore  $a_{max} = 5$  cm. L'andamento del campo è tracciato per differenti valori del rapporto semiasse minore-semiasse maggiore, in modo da evidenziare l'effetto che deformazione del substrato produce su di esso. La figura (3), invece, riporta l'andamento della medesima componente di campo, questa volta però rispetto a  $\theta$ . Anche qui, il campo è stato computato per differenti valori di eccentricità, in modo da evidenziare l'effetto che deformazione del dielettrico ha sul suo andamento.

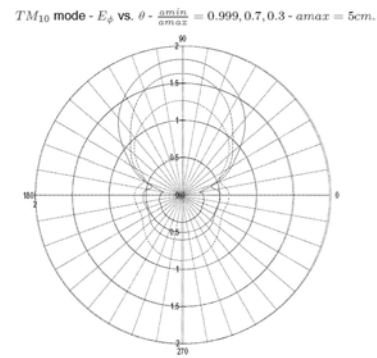
## CONCLUSIONI

In questo lavoro, viene descritta una tecnica per la determinazione della funzione diadica di Green, nel dominio spettrale, per un cilindro metallico stratificato a geometria ellittica. Viene, inoltre, presentato il campo lontano radiato da un patch rettangolare funzionante sul suo modo fondamentale.

Gli sviluppi futuri di quanto qui presentato, sono individuabili nell'analisi della dispersione in linee a microstriscia, nella determinazione delle frequenze di risonanza e nell'analisi degli effetti di mutuo accoppiamento tra antenne conformi.



**Figura 2** Andamento di  $E_\phi$  vs.  $\phi$  per differenti valori del rapporto  $a_{max}/a_{min}$  (0.999;0.7;0.3).



**Figura 3** Andamento di  $E_\phi$  vs.  $\theta$  per differenti valori del rapporto  $a_{max}/a_{min}$  (0.999;0.7;0.3).

## RIFERIMENTI

- [1] Krowne, C.M., "Cylindrical rectangular microstrip antenna" IEEE AP-31, pp.194-199, 1983.
- [2] T.M. Habashy *et al.*, "Input Impedance and Radiation Pattern of Cylindrical-Rectangular and Wraparound Microstrip Antennas" IEEE AP-38, pp.722-730.
- [3] Amendola G., Angiulli G., Di Massa G., "Radiation of Current Distributions Placed on a Dielectric Coated Elliptic Cylinder" invited paper on AP-S/ Symposium 02, pp..
- [4] Amendola G., "Analysis of the Rectangular Patch Antenna Printed on Elliptic-Cylindrical Substrates", IEE Proc.-Microw. Antennas Propag., vol.147, pp.187-194, 2000