

MODELLO ANALITICO PER LA PROPAGAZIONE DI FASCI LASER FOCALIZZATI E DIAFRAMMATI

Rossella Zoli

Dipartimento di Elettronica, Informatica e Sistemistica, Università di Bologna
Viale Risorgimento 2, I 40136 Bologna, Italy
rzoli@deis.unibo.it

Abstract

This paper presents an analytical model to evaluate both the longitudinal and the transversal intensity distributions of beams emitted by laser diodes, focused by a thin lens and diffracted by a circular aperture of arbitrary radius. This model holds for systems characterized by arbitrary Fresnel numbers, i.e. in conditions ranging from strong to weak diffraction. Experimental results are also successfully compared with theoretical ones confirming the viability of the approach in any diffraction regime.

1. INTRODUZIONE

Lo studio della propagazione di fasci laser è importante in molte applicazioni, come ad esempio la progettazione di sistemi ottici complessi od il telerilevamento. I primi studi sul tema risalgono ai primi anni '80, quando Born e Wolf risolvono analiticamente l'integrale di Fresnel, calcolando la distribuzione dell'intensità, nella regione focale, di un'onda piana uniforme focalizzata da una lente e diffratta da un'iride circolare [1].

Successivamente il modello è stato esteso considerando un fascio gaussiano circolare [2-5] e giungendo ad espressioni analitiche dell'intensità del fascio sull'asse longitudinale. Questi risultati possono non bastare in molte applicazioni, quali, ad esempio, i lettori di codici a barre. In questo caso, infatti, solo conoscendo l'andamento trasversale completo dell'intensità si possono prevedere e risolvere i problemi di lettura, derivanti dalla defocalizzazione del fascio o dalla sua forma ellittica.

Lo scopo di questo lavoro è quello di estendere la formulazione analitica utilizzata in [3-5], per descrivere le caratteristiche trasversali di un fascio laser focalizzato e diaframmato, considerando anche proprietà del diodo laser quali l'astigmatismo e la divergenza, non previste nei modelli fin qui citati.

2. MODELLO TEORICO

I sistemi di coordinate utilizzati sono schematizzati nella figura 1. Sul piano (ξ, η) , dove si trova l'iride di raggio a , il campo incidente è supposto gaussiano circolare e focalizzato in O . Se S è la superficie dell'apertura, il campo U in un generico punto P vale:

$$U(P) = -j \frac{A}{\lambda f} \iint_S \exp\left(-\frac{a^2 \rho^2}{w^2}\right) \frac{\exp[jk(s-f)]}{s} dS \quad (1)$$

dove A è il fattore di ampiezza, w lo *spot size* del fascio, f il raggio di curvatura del fascio prima dell'apertura, $k = 2\pi/\lambda$ il numero d'onda e ρ la coordinata radiale normalizzata rispetto al raggio dell'apertura. La presenza dell'apertura causa il cosiddetto *focal shift*, cioè uno spostamento verso la fenditura stessa della sezione di focalizzazione rispetto al caso di assenza della fenditura stessa [5]. Nell'ipotesi che siano valide le approssimazioni di Fresnel, si può estendere l'approccio utilizzato in [1], risolvendo l'integrale (1) tramite serie di Lommel. Si ottiene così l'espressione del

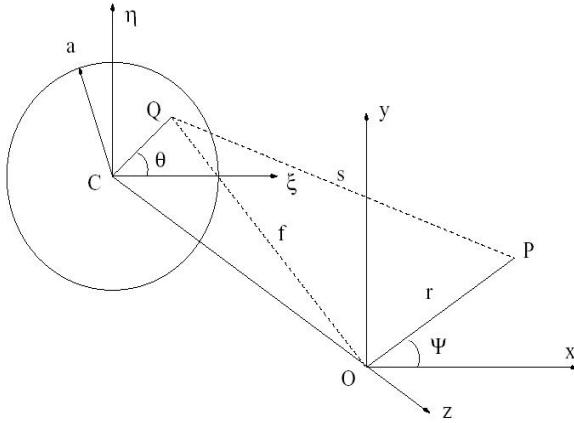


Figura 1: Schema di riferimento

campo elettrico in P e da quest'ultimo si ricava l'intensità trasversale, per un fascio incidente gaussiano circolare focalizzato e diaframmato. A tale scopo, conviene individuare il punto P tramite due variabili adimensionali $u = 2\pi N \frac{z/f}{1 + z/f}$

e $v = 2\pi N \frac{r/a}{1 + z/f}$ ed introdurre il numero di Fresnel $N = a^2 / \lambda f$, il parametro di troncamento $\alpha = (a/w)^2$ ed il coefficiente $\delta = 2\alpha / u$.

Seguendo il procedimento utilizzato in [1,3-5], conviene risolvere l'integrale (1) separatamente, per $|u/v| < 1$ (regione focale) e $|u/v| > 1$ (regione d'ombra).

Per $|u/v| < 1$ si trova:

$$I(u, v) = I_0 \left(1 - \frac{u}{2\pi N} \right)^2 \left(\frac{2}{u} \right)^2 [U_1^2 + U_2^2] \quad (2)$$

essendo $I_0 = (\pi a^2 |A| / \lambda f^2)^2$ l'intensità nel fuoco geometrico ($u = v = 0$), e

$$U_1(u, v) = \exp(-\alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{u}{v} \right)^n a_n J_n(v), \quad U_2(u, v) = \exp(-\alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{u}{v} \right)^n b_n J_n(v).$$

con $a_1 = 1$, $b_1 = 0$ o, se $n \geq 2$: $a_n = \delta a_{n-1} - b_{n-1}$, $b_n = a_{n-1} + \delta b_{n-1}$.

Per $|u/v| > 1$, si ha:

$$I(u, v) = I_0 \left(1 - \frac{u}{2\pi N} \right)^2 \left(\frac{2}{u} \right)^2 \left\{ V_1^2 + V_2^2 + R_1^2 + R_2^2 + 2 \cos \left[\frac{1}{2} \left(u + \frac{v^2}{u} \frac{1}{\delta^2 + 1} \right) \right] [V_1 R_1 - V_2 R_2] + 2 \sin \left[\frac{1}{2} \left(u + \frac{v^2}{u} \frac{1}{\delta^2 + 1} \right) \right] [V_1 R_2 + V_2 R_1] \right\} \quad (3)$$

essendo

$$V_1(u, v) = \exp(-\alpha) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{v}{u} \right)^n \left(\frac{1}{\delta^2 + 1} \right)^{n+1} a_{n+2} J_n(v),$$

$$V_2(u, v) = \exp(-\alpha) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{v}{u} \right)^n \left(\frac{1}{\delta^2 + 1} \right)^{n+1} b_{n+2} J_n(v)$$

$$R_1(u, v) = \exp \left(-\frac{v^2}{2u} \frac{\delta}{\delta^2 + 1} \right) \frac{\delta}{\delta^2 + 1}, \quad R_2(u, v) = \exp \left(-\frac{v^2}{2u} \frac{\delta}{\delta^2 + 1} \right) \frac{1}{\delta^2 + 1}.$$

Queste formule si semplificano ad esempio nel fuoco geometrico ($u = 0$), dove la (2) si riduce alla formula di Airy [1] o lungo l'asse longitudinale, dove, ponendo $v = 0$ nella (3), si ritrova l'andamento dell'intensità longitudinale già ricavato da Li [5].

Il modello matematico sviluppato si riferisce, come detto, ad un fascio con una simmetria circolare e non vale quindi per un fascio a simmetria ellittica. In tal caso, la valutazione analitica dell'espressione del campo diventa estremamente complicata. Spesso, però, è sufficiente conoscere solo la distribuzione dell'intensità lungo le due principali direzioni trasversali, ovvero lungo gli assi x e y di figura 1. Ipotizzando quindi lecita la separazione delle variabili, si può spezzare il problema in due parti, applicando indipendentemente il procedimento sui piani (x,z) e (y,z) , assumendo la dimensione maggiore dello strato attivo di un diodo laser parallela all'asse x . Le formule fin qui trovate vanno riscritte con pedici x o y , a seconda della direzione di propagazione analizzata.

3. RISULTATI SPERIMENTALI

Per verificare sperimentalmente il modello si è utilizzato un diodo laser commerciale, ($\lambda = 658\text{mm}$), un sistema ottico anastigmatico con lunghezza focale di 12.49mm e diaframmi circolari opportuni. Con una telecamera a CCD si è misurata l'intensità del fascio laser in differenti posizioni longitudinali. I dati sperimentali riportati nel seguito sono stati ottenuti in un sistema caratterizzato da raggi di curvatura $f_x = 598\text{mm}$, $f_y = 610\text{mm}$ e waist pari a $w_{x0} = 0.095\text{mm}$, $w_{y0} = 0.041\text{mm}$. I risultati teorici sono stati confrontati con quelli sperimentali in condizioni variabili dalla debole alla forte diffrazione e l'accordo è sempre stato ottimo, come mostrato, ad esempio, in una situazione di forte diffrazione ($a=0.6\text{ mm}$), dalle figure 2 e 3 che riportano l'andamento trasversale dell'intensità a distanze di 190mm (minimo assiale dell'intensità) e 340mm (fascio focalizzato) dal piano della lente. Nella parte (a) si vede il *contour plot* del fascio, acquisito dalla telecamera. Nelle parti (b) e (c) delle figure sono riportate le intensità del campo, rispettivamente lungo gli assi x e y , misurate (linea tratteggiata) e simulate (linea continua). Ogni grafico è normalizzato rispetto al suo massimo.

4. CONCLUSIONI

E' stato elaborato e confermato sperimentalmente un modello analitico per valutare la distribuzione trasversale dell'intensità di un fascio laser focalizzato e diaframmato considerando anche l'astigmatismo e la divergenza dei diodi utilizzati come sorgenti. Tale modello generalizza quello di Li, capace però di valutare solo le caratteristiche longitudinali di un fascio gaussiano circolare focalizzato e diaframmato [3-5].

Questi risultati si sono dimostrati utili per la progettazione di lettori di codici a barre, ma è ragionevole pensare che possano trovare applicazione in altri casi nei quali sia richiesta la conoscenza delle caratteristiche di propagazione di un fascio laser.

RINGRAZIAMENTI

L'autrice ringrazia DataLogic SpA per il supporto economico, gli ing. G. Oliva e R. Zocca della DataLogic ed i prof. P. Bassi e G. Tartarini del DEIS per le utili discussioni.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon, Oxford, 1980.
2. J. J. Stamnes, *Waves in focal regions*, Institute of Physics Publishing, 1986.
3. E. Wolf, Y. Li, J. Opt. Soc. Am. A **1**, 801-808 (1984).
4. Y. Li, F. T. S. Yu, Optics Communications **70**, 1-7 (1989).
5. Y. Li, Optical Engineering **32**, 774-780 (1993).

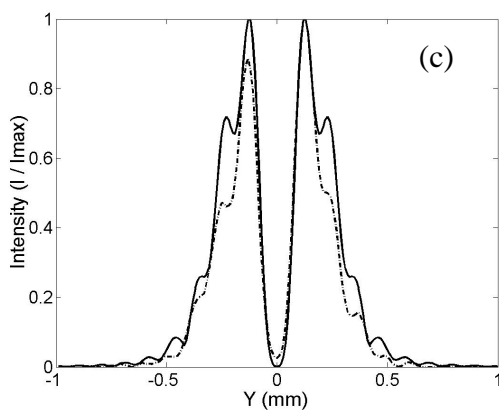
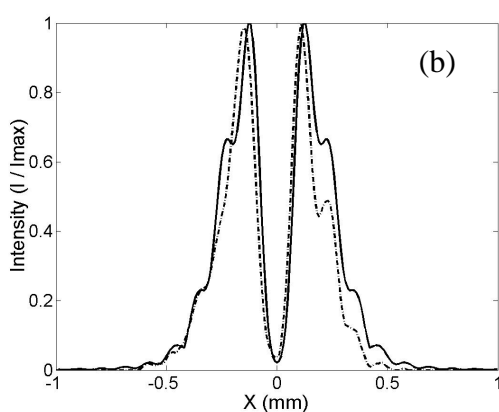
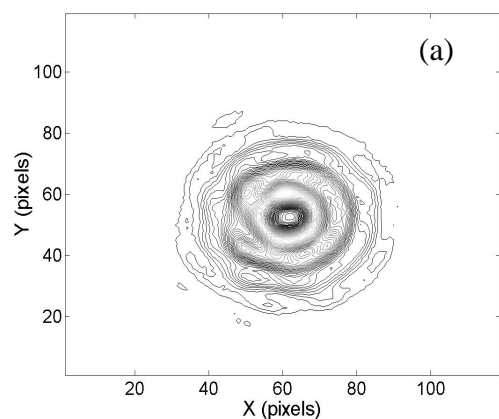


Figura 2: Caso di forte diffrazione ($a=0.6 \text{ mm}$) a $z=190 \text{ mm}$. (a): *contour plot* rilevato dalla telecamera a CCD (1 pixel $=16.63\mu\text{m}$); risultati sperimentali (linea tratteggiata) e teorici (linea continua): sezione x (b), sezione y (c).

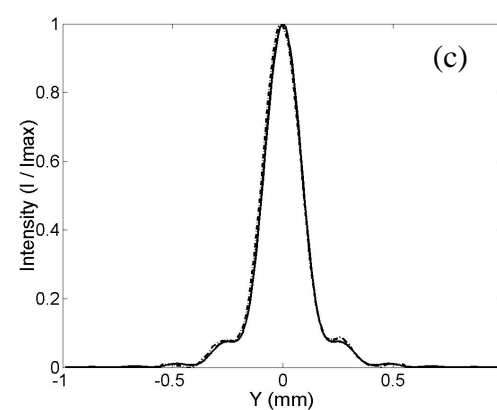
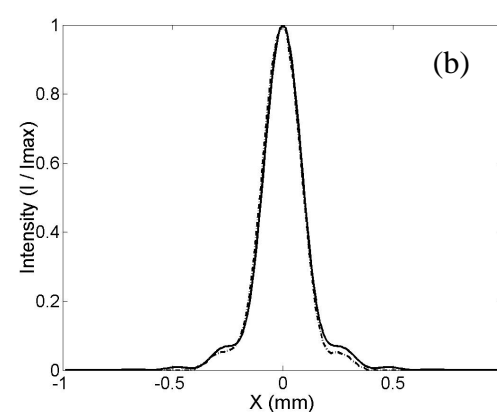
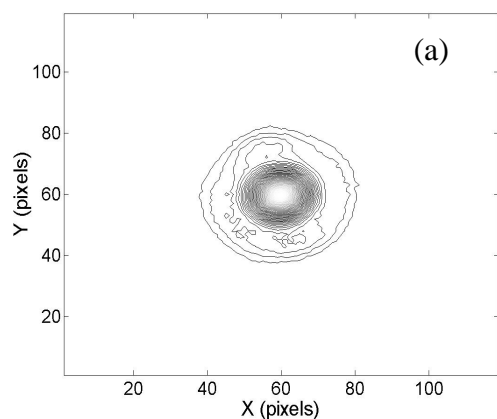


Figura 3: Caso di forte diffrazione ($a=0.6 \text{ mm}$) a $z=340 \text{ mm}$. (a): *contour plot* rilevato dalla telecamera a CCD (1 pixel $=16.63\mu\text{m}$); risultati sperimentali (linea tratteggiata) e teorici (linea continua): sezione x (b), sezione y (c).