UN ALGORITMO PER LA DIAGNOSTICA DI VUOTI IN UNO STRATO DIELETTRICO

Adriana Brancaccio[1], Giovanni Leone[2], Rocco Pierri[1]

1) Dip. di Ing. dell'Informazione, Seconda Università di Napoli,
Via Roma 29, 81031, Aversa
adriana.brancaccio@unina2.it, pierri@unina.it
2) Dip. di Informatica, Matematica, Elettronica e Trasporti,
Università Mediterranea di Reggio Calabria
gioleone@ing.unirc.it

Abstract

The inverse problem of detecting position and width of voids layers embedded inside a lossless dielectric slab is dealt with. The inversion is based on the knowledge of the electromagnetic field scattered under a frequency varying normally incident plane wave. The non linear problem is recast as the minimization of a non quadratic functional. The influence of the unknown representation on the model error and on the stability of the inversion algorithm is discussed. Examples of inversion based on both simulated and experimental data are shown.

INTRODUZIONE

Nell'ambito delle applicazioni della diagnostica elettromagnetica notevole interesse riveste la trattazione di geometrie monodimensionali. In molti casi infatti tale schematizzazione risulta sufficiente a descrivere la regione dello spazio sotto indagine (si pensi ad esempio ad applicazioni nell'ingegneria civile quali la diagnostica dello stato interno di strutture murarie o pavimentali) con la conseguente semplificazione introdotta del poter trattare un "oggetto" le cui variazioni dipendono dalla sola coordinata spaziale di profondità. Tuttavia, il problema inverso da risolvere richiede una accurata posizione, perché la così semplice variabilità spaziale trattata introduce un drastico limite sulla quantità di informazioni disponibili nel campo diffuso e di conseguenza anche su quelle ricostruibili. Configurazioni di misura che consentono di "procurarsi" più informazioni consistono dunque nell'utilizzare un campo di illuminazione incidente con angoli diversi [1,2] o con frequenze diverse.

In questo lavoro viene affrontato il problema di diffusione elettromagnetica inversa della ricerca di uno o più vuoti in una strato dielettrico omogeneo a partire dalla conoscenza del campo diffuso in un fissato intervallo di frequenze quando il mezzo viene interrogato con onde piane incidenti normalmente. Di tali vuoti si vuole conoscere la posizione e lo spessore. Il campo elettrico E all'interno dello strato dielettrico in esame è una quantità inaccessibile e incognita, così come il contrasto χ (differenza tra la permittività relativa effettiva e quella del vuoto), la cui determinazione è l'obiettivo ultimo del lavoro.

Nel caso, di interesse, in cui il materiale dielettrico in esame presenta una permittività relativa elevata rispetto a quella del vuoto (nelle murature si hanno valori variabili da qualche unità a qualche decina, in dipendenza dal contenuto d'acqua) non risultano verificate né le ipotesi per le approssimazioni di Born e di Born Distorto, che consentirebbero di approssimare E in modo da rendere il problema lineare nell'unica incognita χ, né quelle che permettono di riferirsi ad un modello quadratico [1,2].

Un approccio possibile per risolvere tale problema non lineare è quello di assumere come incognite sia χ sia E [3]. In tal caso l'equazione funzionale non lineare viene risolta ricercando il minimo di un funzionale del quarto ordine, e risultati noti per quanto riguarda la trattazione dei minimi locali possono essere sfruttati [4,5]. In particolare, a parità di numero di incognite, maggiore è il numero di dati indipendenti a disposizione migliore è il condizionamento del problema per quanto riguarda l'esistenza di minimi locali.

FORMULAZIONE

Si consideri uno strato dielettrico di spessore L la cui permittività relativa ε dipende solo dalla coordinata longitudinale z (fig. 1). Si definisce il contrasto $\chi(z)=\varepsilon(z)-1$. Sullo strato incide normalmente un'onda piana unitaria $E_i = exp(-jk_0 z)$, dove k_0 è il numero d'onda nel vuoto e la frequenza f varia in un assegnato intervallo. Il campo diffuso E_s in un fissato punto $\bar{z}$ esterno allo strato è legato al contrasto dall'equazione:

$$E_s(k_0) = -j\frac{k}{2}\exp(jk_0\bar{z})\int_0^L \exp(-jk_0 z')\chi(z')E(k_0,z')dz' = \mathbf{A_e}(\chi E) \tag{1}$$

dove E è il campo totale dentro lo strato, ed è una quantità incognita che soddisfa l'equazione:

$$E_i(k_0,z) = E(k_0,z) + j\frac{k_0}{2}\int_0^L \exp(-jk_0|z-z'|)\chi(z')E(k_0,z')dz' = E + \mathbf{A_i}(\chi E) \tag{2}$$

Le equazioni (1) e (2) definiscono gli operatori lineari $\mathbf{A_e}$ ed $\mathbf{A_i}$, basati sulla funzione di Green monodimensionale, che forniscono il campo diffuso esterno ed interno rispettivamente.

Si assume come soluzione delle equazioni (1) e (2) quella che rende minimo il funzionale [3]:

$$\phi(\chi,E) = \frac{\|E_s - \mathbf{A_e}(\chi E)\|^2}{\|E_s\|^2} + \frac{\|E_i - E + \mathbf{A_i}(\chi E)\|^2}{\|E_i\|^2} \tag{3}$$

L'algoritmo di soluzione richiede una opportuna discretizzazione degli operatori. A tal fine, è necessario supporre che le funzioni incognite ammettano una approssimazione mediante un numero finito di funzioni di una base scelta. I coefficienti dell'espansione troncata diventano le incognite del problema.

Un ruolo cruciale nella definizione di un algoritmo affidabile è quindi rivestito dalla scelta della rappresentazione delle due incognite campo interno e contrasto. E' questo infatti il momento in cui si introduce una approssimazione nel problema, e in cui informazioni a priori sul profilo dielettrico vanno tenute in conto al fine di minimizzare il numero di incognite. Nel caso in esame, in cui si cercano vuoti di cui non si conosce la posizione, si è preferita per il contrasto una rappresentazione nella base (globale) delle armoniche di Fourier, che consente di usare un numero di armoniche limitato e di semplificare il problema dal punto di vista computazionale:

$$\chi(z) = \sum_{p=-P}^{P} \chi_p \exp\left(jp\frac{2\pi}{L}z\right),\ 0 \le z \le L \tag{4}$$

con $\chi_p = \chi_p^*$ poiché ci stiamo riferendo a mezzi senza perdite (cioè ad una funzione contrasto reale).

Il campo interno è funzione sia dello spazio sia della frequenza. Per la rappresentazione spaziale ricorriamo ancora ad una serie troncata di Fourier:

$$E(k_0,z)=\sum_{n=-N}^{N} e_n(k_0)\exp\left(jn\frac{2\pi}{L_1}z\right),\ (-\delta L\le z\le(\alpha-\delta)L\ ,\ \delta<1\ ,\ L_1=\alpha L\ ,\alpha\ge 1). \qquad (5)$$

Si noti che al fine di evitare il fenomeno di Gibbs alle interfacce dello strato, il campo è stato espanso in serie in un intervallo L_1 di estensione maggiore di quella L usata per il contrasto. Nello stesso modo va espresso anche il campo incidente E_i, con coefficienti noti e dipendenti dalla frequenza. Si sono inoltre impiegate come funzioni di test armoniche di Fourier per quanto riguarda la variabilità spaziale e funzioni di Dirac per quanto riguarda la variabilità in frequenza.

La minimizzazione del funzionale (3) così discretizzato è resa critica dalla possibile presenza di minimi locali. In tal senso, un aumento del numero di dati indipendenti a parità di incognite ha un benefico effetto [5]. A questo proposito si può osservare che il problema presenta: (1) $2P+1$ incognite reali per il contrasto; (2) $(2N+1)$ incognite complesse per il campo interno, per ciascuna frequenza; (3) N_f valori complessi (noti) di campo diffuso, in corrispondenza di ciascuna delle N_f frequenze utilizzate. Quindi il numero di incognite reali da cercare è pari a $2P+1+2N_f(2N+1)$, mentre il numero di dati reali (campioni del campo diffuso e coefficienti del campo incidente) è pari a $2(N_f+N_f(2N+1))$. E' evidente che aumentando il numero di frequenze aumenta il numero dei dati. Però aumenta anche il numero di incognite. In ogni caso, a causa della precisione finita delle misure, solo un numero finito di dati all'interno dell'intervallo di misura è indipendente. In definitiva il rapporto tra numero di dati e numero di incognite è limitato e di poco superiore all'unità e ci si aspetta pertanto la presenza di minimi locali nel funzionale (3).

La scelta degli indici di troncamento nelle (4) e (5) è dettata dunque da un lato dalla necessità di tenere il più basso possibile il numero di incognite, dall'altro di limitare l'errore di modello. L'algoritmo di soluzione adottato tiene conto di questo problema, adoperando informazioni a priori che consentano di scegliere un punto iniziale sufficientemente vicino alla soluzione e usando strategie di minimizzazione che aumentano la stabilità dell'algoritmo stesso, quale ad esempio un progressivo allargamento dello spazio delle incognite.

RISULTATI NUMERICI E SPERIMENTALI

Gli esempi che seguono sono stati ottenuti a partire da dati di campo diffuso sia simulati, sia misurati utilizzando il sistema di misura descritto in [7]. Le misure sono state effettuate utilizzando due antenne a tromba a larga banda riempite di dielettrico tenute in posizione fissa e in campo lontano di fronte alla struttura stratificata da esaminare. In particolare, ci si riferisce in questo lavoro a misure nella banda 3.5-13.5 GHz, effettuate su due lastre di plexiglass di spessore rispettivamente 1 cm e 0.93 cm intercalate da uno strato vuoto di 1.07 cm.

Nell'algoritmo di inversione si è supposto di conoscere lo spessore complessivo L (3 cm nel caso in esame) dello strato. Si è scelto inoltre come punto di partenza della procedura di minimizzazione uno strato pieno di permittività relativa pari a quella di background (2.53 per il plexiglass). L'analisi del problema diretto per uno strato dello spessore assegnato e di permittività massima di qualche unità ha portato a scegliere per il campo interno N=15. Per quanto riguarda il contrasto, si è allargata progressivamente la ricerca a partire da P=1, sino a P=3. E' da sottolineare che quando si ricerca solo la

prima armonica del profilo vengono usati solo i dati a frequenza più bassa, poiché i successivi dati non sono ben rappresentati dal modello. Man mano che si è allargata la rappresentazione del contrasto sono stati utilizzati anche i dati alle frequenze più alte.

Dapprima si è effettuata l'inversione a partire da dati simulati calcolando il coefficiente di riflessione per un mezzo stratificato noto. Il risultato della ricostruzione (linea tratto-punto), confrontato al profilo effettivo (linea continua), è mostrato in figura 2. Nella stessa figura, al fine di mostrare la stabilità dell'algoritmo, è riportato il risultato della ricostruzione quando ai dati simulati si sovrappone un errore relativo uniformemente distribuito con rms dell'8% (linea tratteggiata). E' mostrato, infine, il risultato della ricostruzione quando si usano i dati misurati (linea punteggiata).

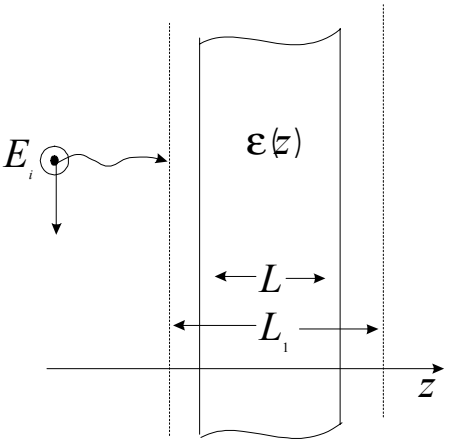

Figura 1

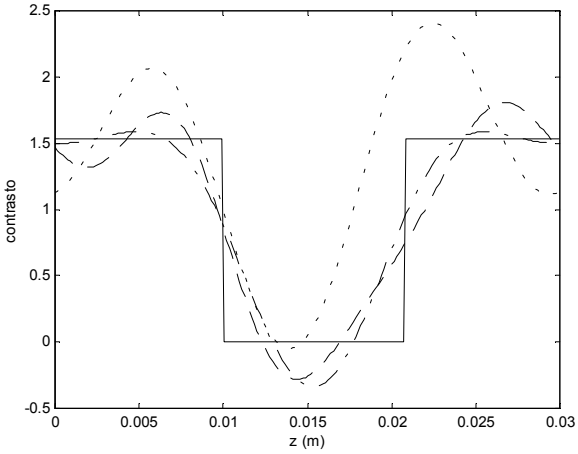

Figura 2

RIFERIMENTI

[1] A. Brancaccio, V. Pascazio, R. Pierri, "A quadratic model for inverse profiling: the one-dimensional case", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 9, n. 5/6, pp. 673-696, May 1995.

[2] A. Brancaccio, G. Leone, R. Pierri, F. Soldovieri, "One dimensional inverse dielectric profiling of embedded slabs by a quadratic approximation", *AEÜ Int. Jour. on Electronics and Commun.*, vol. 55, n. 2, pp. 109-118, Mar-Apr. 2001.

[3] R.E. Kleinman, P.M. van den Berg, "An extended modified gradient technique for profile inversion", *Radio Science*, vol. 28, n. 5, pp. 877-884, 1993.

[4] R. Pierri, A. Brancaccio, G. Leone, F. Soldovieri, "Electromagnetic prospection via homogeneous and inhomogeneous plane waves: the case of an embedded slab", *AEÜ Int. Jour. on Electronics and Commun.,* vol. 56, n. 1, pp. 11-18, Jan 2002.

[5] R. Pierri, A. Tamburrino, "On the local minima problem in the conductivity imaging via a quadratic approach", *Inv. Prob.,* vol. 13, n. 6, pp. 1547-1568, Dec. 1997.

[6] T. Isernia, V. Pascazio, R. Pierri, "On the local minima in a tomographic imaging technique", *IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing,* vol. GRS-39, n. 7 , pp. 1596 – 1607, July 2001.

[7] A. Brancaccio, G. Leone, F. Soldovieri, R. Pierri, "Un tomografo a microonde per la diagnostica elettromagnetica", Atti della XIV Riunione Nazionale di Elettromagnetismo, Ancona, Italy, Sept. 2002.