

# Fast and Accurate Analysis of Waveguide Devices: an Application to Ridge Waveguide Filters

O. A. Peverini, R. Tascone, M. Baralis, R. Orta e G. Virone

IRITI-CNR, Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi 24, 10129, Torino

Mail: [peverini@athena.polito.it](mailto:peverini@athena.polito.it)

## Abstract

*The design of microwave filters based on ridged waveguide sections requires the accurate analysis of bidimensional discontinuities during the design procedure. In this paper a new reduced-order model for the analysis of a class of waveguide discontinuities is presented. The present method derives from the application of Krylov subspaces and of the singular value decomposition algorithm to the coupled-integral-equations (CIET) solved by the mode-matching technique. Results for Ka-band ridged filters confirm the accuracy and the numerical efficiency of the method.*

## Introduzione

L'efficienza numerica e l'accuratezza del metodo dei momenti (MoM) dipendono (soprattutto per problemi bidimensionali) da una scelta opportuna dell'insieme di funzioni di base su cui espandere l'incognita. Anche se risulta conveniente utilizzare funzioni di base che siano adattate al problema in esame [1], in alcuni casi, quali i filtri a microonde contenenti setti aperti in guida rettangolare [2], non è possibile definire a priori e in maniera semplice un insieme di funzioni di base specializzate, per cui si adottano come funzioni di base i modi dell'apertura ("mode-matching"). La realizzazione di tali filtri con specifiche stringenti richiede un'analisi accurata del dispositivo durante la fase di progettazione. A causa della geometria trasversale della discontinuità a setto aperto, l'accoppiamento modale avviene su entrambi gli indici modali, per cui è necessario considerare un elevato numero  $N_0$  di modi dell'apertura. Quindi, per ogni punto in frequenza occorre calcolare ed invertire una matrice dei momenti  $\underline{\underline{W}}$  di dimensioni elevate. In questa memoria si presenta un metodo di ordine ridotto per l'analisi di una classe di discontinuità, la cui geometria è rappresentata in Fig. 1.

## Teoria

L'applicazione del metodo del "mode-matching" alla formulazione basata sulle equazioni accoppiate di continuità del campo magnetico sull'apertura nelle sezioni A e B conduce ad un sistema lineare  $\underline{\underline{W}} \cdot \underline{x} = \underline{b}$ , in cui l'incognita contiene i coefficienti  $\underline{x}_A$  e  $\underline{x}_B$  delle densità di correnti magnetiche nella base dei modi dell'apertura alle due sezioni A e B:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{T}}_A^H \cdot \underline{\underline{Y}}_{\Sigma\infty}^{(1)} \cdot \underline{\underline{T}}_A + \underline{\underline{Y}}_{\text{dir}}^{(0)} & -\underline{\underline{Y}}_{\text{tr}}^{(0)} \\ -\underline{\underline{Y}}_{\text{tr}}^{(0)} & \underline{\underline{T}}_B^H \cdot \underline{\underline{Y}}_{\Sigma\infty}^{(2)} \cdot \underline{\underline{T}}_B + \underline{\underline{Y}}_{\text{dir}}^{(0)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_A \\ \underline{x}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\underline{\underline{T}}_A^H \cdot \underline{\underline{Y}}_{\Sigma\infty}^{(1)} \underline{V}_{\text{inc}}^{(1)} \\ 2\underline{\underline{T}}_B^H \cdot \underline{\underline{Y}}_{\Sigma\infty}^{(2)} \underline{V}_{\text{inc}}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

dove  $\underline{T}_A$  e  $\underline{T}_B$  sono le matrici di proiezione dei modi della guida (0) su quelli delle guide (1) e (2) e si sono definite le seguenti ammettenze:

$$\begin{aligned} Y_{\Sigma\infty,m}^{(1)} &= 1/(Z_{\Sigma,m}^{(A)} + Z_{\infty,m}^{(1)}), \quad Y_{tr,r}^{(0)} = (2Y_{\infty,r}^{(0)} \exp(-j\beta_r^{(0)}l)) / (1 - \exp(-2j\beta_r^{(0)}l)) \\ Y_{\Sigma\infty,n}^{(2)} &= 1/(Z_{\Sigma,n}^{(B)} + Z_{\infty,n}^{(2)}), \quad Y_{dir,r}^{(0)} = Y_{\infty,r}^{(0)} (1 + \exp(-2j\beta_r^{(0)}l)) / (1 - \exp(-2j\beta_r^{(0)}l)) \end{aligned} \quad (2)$$

Nelle precedenti equazioni si sono introdotte le impedenze modali  $Z_{\infty,k}^{(i)}$  riferite all' $i$ -esima guida ( $i=0,1,2$ ), le impedenze  $Z_{\Sigma,k}^{(A)}$  e  $Z_{\Sigma,k}^{(B)}$  che modellizzano le perdite sulle pareti della discontinuità rispettivamente in A e B e le costanti di propagazione  $\beta_r^{(0)}$  della guida interna di lunghezza  $l$ . Allo scopo di evitare l'inversione della matrice di sistema  $\underline{W}$  di dimensione  $2N_0 \times 2N_0$ , essendo  $N_0$  il numero di modi dell'apertura usati nella descrizione della corrente magnetica in ciascuna delle due sezioni, si può notare che il sistema lineare (1) può essere riscritto nella forma:

$$(\underline{I} - \underline{A}) \cdot \underline{x} = \underline{d} \quad \text{con} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} -Y_{dir}^{(0)-1} \cdot \underline{T}_A^H \cdot Y_{\Sigma\infty}^{(1)} \cdot \underline{T}_A & Y_{dir}^{(0)-1} \cdot Y_{tr}^{(0)} \\ Y_{dir}^{(0)-1} \cdot Y_{tr}^{(0)} & -Y_{dir}^{(0)-1} \cdot \underline{T}_B^H \cdot Y_{\Sigma\infty}^{(2)} \cdot \underline{T}_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

per cui la corrente magnetica incognita  $\underline{x}^{(k)}(\omega_j)$  indotta da una certa configurazione di onde incidenti  $\underline{d}^{(k)}(\omega_j)$  alla pulsazione  $\omega_j$  può essere calcolata come:

$$\underline{x}^{(k)}(\omega_j) \cong \underline{d}^{(k)}(\omega_j) + \underline{A}(\omega_j) \cdot \underline{d}^{(k)}(\omega_j) + \dots + \underline{A}^{Q-1}(\omega_j) \cdot \underline{d}^{(k)}(\omega_j) \quad (4)$$

La precedente espressione suggerisce che il vettore  $\underline{x}^{(k)}(\omega_j)$  appartiene al sottospazio di Krylov, definito dai vettori  $\underline{\psi}_p^{(k)}(\omega_j) = \underline{A}^p(\omega_j) \cdot \underline{d}^{(k)}(\omega_j)$  [3]:

$$K^{(k)}(\underline{A}(\omega_j), \underline{d}^{(k)}(\omega_j)) = \{ \underline{d}^{(k)}(\omega_j), \underline{A}(\omega_j) \cdot \underline{d}^{(k)}(\omega_j), \dots, \underline{A}^{Q-1}(\omega_j) \cdot \underline{d}^{(k)}(\omega_j) \} \quad (5)$$

Occorre notare che, a causa della forte dipendenza lineare tra i vettori  $\underline{\psi}_p^{(k)}(\omega_j)$ , il corrispondente sottospazio di Krylov ha una dimensione molto ridotta. Inoltre, la distribuzione di corrente magnetica  $\underline{x}(\omega_j)$  indotta da una generica configurazione dei

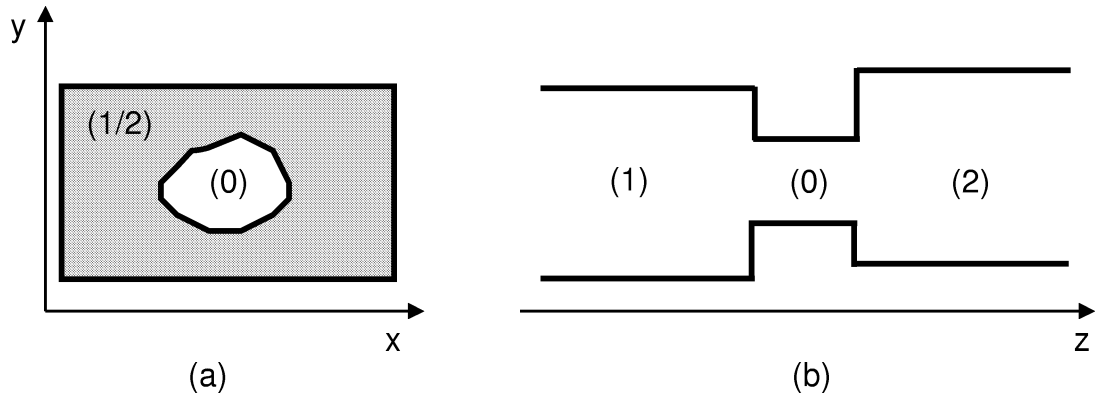


Fig. 1. Geometria della classe di discontinuità di interesse: (a) sezione trasversale; (b) sezione longitudinale.

$2N_a$  modi accessibili incidenti sulla discontinuità appartiene al seguente sottospazio dello spazio originario di Hilbert:

$$D^{(j)} = \bigcup_{k=1}^{2N_a} K^{(k)}(\underline{A}(\omega_j), \underline{d}^{(k)}(\omega_j)) \quad (6)$$

Per estrarre una base ortonormale di tale sottospazio si può applicare la decomposizione ai valori singolari alla matrice  $\underline{\underline{M}}$  che ha per colonne i vettori di Krylov  $\underline{\psi}_p^{(k)}(\omega_j)$  per  $p = 0, 1, \dots, Q-1$  e  $k = 1, 2, \dots, 2N_a$ . Un'analisi della dinamica dei valori singolari consente di accertarsi se il numero  $Q$  di vettori di Krylov è sufficiente a rappresentare accuratamente il vettore incognito  $\underline{x}(\omega_j)$ . In particolare modo, selezionando solo i  $P$  vettori singolari  $\underline{u}_p(\omega_j)$  associati a valori singolari superiori ad una soglia di interesse, si può definire una matrice di cambiamento di base  $\underline{\underline{U}}^{(j)}$  di dimensioni  $2N_0 \times P$ , con  $P \ll N_0$ . Proiettando il sistema lineare (1) sul sottospazio  $D^{(j)}$  si ottiene il sistema lineare di dimensioni ridotte  $\underline{\tilde{W}} \cdot \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{b}}$  con:

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{W}} = & \underline{\tilde{T}}_A^H \cdot \underline{Y}_{\Sigma\infty}^{(1)} \cdot \underline{\tilde{T}}_A + \underline{\tilde{T}}_B^H \cdot \underline{Y}_{\Sigma\infty}^{(2)} \cdot \underline{\tilde{T}}_B + \underline{U}_1^H \cdot \underline{Y}_{\text{dir}}^{(0)} \cdot \underline{U}_1 - \underline{U}_2^H \cdot \underline{Y}_{\text{tr}}^{(0)} \cdot \underline{U}_1 + \\ & - \underline{U}_1^H \cdot \underline{Y}_{\text{tr}}^{(0)} \cdot \underline{U}_2 + \underline{U}_2^H \cdot \underline{Y}_{\text{dir}}^{(0)} \cdot \underline{U}_2 \end{aligned} \quad (7)$$

dove si sono definite le matrici di proiezioni ridotte  $\underline{\tilde{T}}_A = \underline{T}_A \cdot \underline{U}_1$  e  $\underline{\tilde{T}}_B = \underline{T}_B \cdot \underline{U}_2$ . Inoltre,  $\underline{U}_1$  e  $\underline{U}_2$  sono rispettivamente i blocchi superiore ed inferiore di dimensione  $N_0 \times P$  della matrice  $\underline{\underline{U}}^{(j)}$ . Poiché la matrice  $\underline{\tilde{W}}$  ha dimensioni  $P \times P$  con  $P = 6 \div 12$ , l'inversione della matrice è effettuata direttamente in modo numericamente efficiente, da cui si possono valutare i parametri scattering della discontinuità alla pulsazione  $\omega$ . La procedura descritta è eseguita solo per  $N_f$  punti in frequenza nella banda di interesse ( $N_f = 1 \div 6$ ), per cui si definiscono i sottospazi  $D^{(j)}$  e le corrispondenti matrici di cambiamento di base  $\underline{\underline{U}}^{(j)}$ . Se il precedente campionamento in frequenza è adeguato, la distribuzione di correnti incognita  $\underline{x}(\omega_i)$  per i rimanenti punti in frequenza  $\omega$  appartiene al sottospazio  $D = \bigcup_{j=1}^{N_f} D^{(j)}$ . Quindi, si può definire a partire dalle matrici

$\underline{\underline{U}}^{(j)}$  mediante la decomposizione ai valori singolari un'unica base ortonormale di tale spazio, i cui elementi corrispondono a funzioni adattate al problema valide per ogni punto in frequenza. Occorre, infine, osservare che le matrici di proiezione ridotte  $\underline{\tilde{T}}_A$  e  $\underline{\tilde{T}}_B$  non dipendono più dalla frequenza di lavoro.

## Risultati

Il metodo di ordine ridotto descritto precedentemente è stato applicato all'analisi di un filtro nella banda Ka a 12 cavità in guida WR28 con una banda del 10%. La prima e

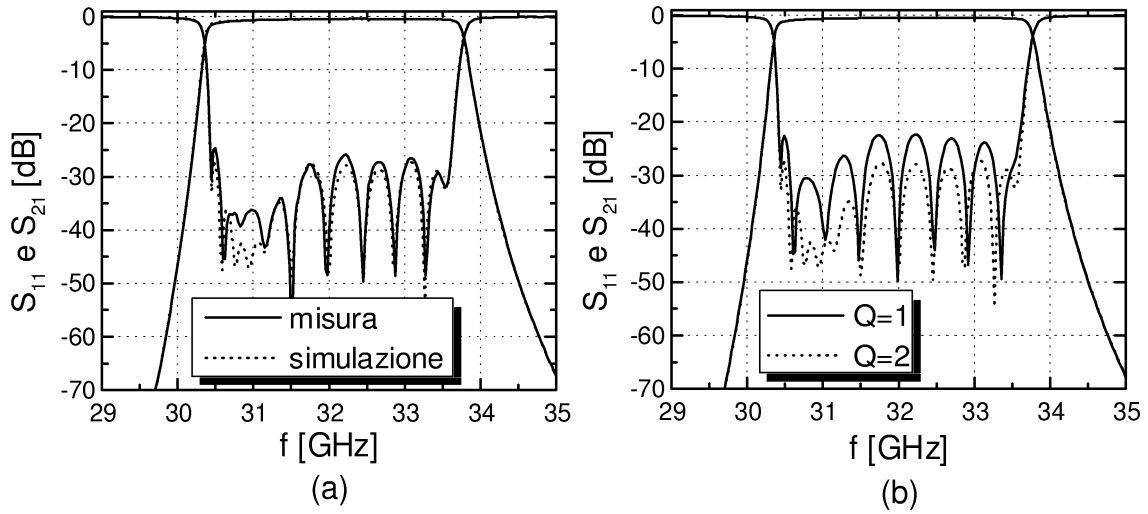


Fig. 2. Parametri scattering del filtro descritto nel testo: (a) misura e simulazione; (b) simulazione per due diversi valori del numero di vettori di Krylov  $Q$ .

L'ultima discontinuità sono costituite da un setto simmetrico aperto, mentre le rimanenti discontinuità sono realizzate mediante setti chiusi. Grazie all'invarianza lungo  $y$  dei setti chiusi, il metodo di ordine ridotto è applicato unicamente all'analisi delle discontinuità a setto aperto. Il progetto del filtro è stato realizzato mediante la procedura descritta in [4]. In Fig. 2 (a) sono riportati i coefficienti di trasmissione e di riflessione misurati e simulati del filtro. La simulazione è stata condotta per 301 punti nell'intervallo [29, 35] GHz mediante il modello di ordine ridotto con i seguenti parametri:  $N_f=2$ ,  $Q=2$ ,  $P=8$ ,  $N_0=307$ ,  $N_a=2$ . Oltre all'ottimo accordo tra misura e simulazione, il modello di ordine ridotto ha consentito anche di ridurre il tempo di calcolo di due ordini di grandezza rispetto all'applicazione diretta del metodo "mode-matching". In Fig. 2 (b) gli stessi parametri scattering simulati sono riportati per due diversi valori del numero di vettori di Krylov  $Q$ . Si può osservare che le curve differiscono solo per valori di  $S_{11}$  inferiori a -20 dB. In particolare modo, per  $Q=2$  il modello di ordine ridotto fornisce risultati praticamente indistinguibili da quelli ottenuti attraverso il metodo "mode-matching".

## Bibliografia

- [1] S. Amari, J. Bornemann and R. Vahldieck, "Fast and accurate analysis of waveguide filters by the coupled-integral-equations technique", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 1611-1618, Sep.1997.
- [2] A. Kirilenko, L. Rud, V. Tkachenko and D. Kulik, "Evanescent-mode bandpass filters based on ridged waveguide sections and inductive strips", *Microwave Symposium Digest, 2001 IEEE MTT-S International*, vol. 2, pp. 1317-1320, 2001.
- [3] G.H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Johns Hopkins University press, 1983.
- [4] R. Tascone, P. Savi, D. Trincherò and R. Orta, "Scattering matrix approach for the design of microwave filters", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 423-429, March 2000.