FOCALIZZAZIONE SAR 3-D CON CONFIGURAZIONE MULTIPASSAGGIO

G. Fornaro, F. Serafino, F. Soldovieri
Istituto per il Rilevamento Elettromagnetico dell'Ambiente (IREA), Consiglio Nazionale delle Ricerche
Via Diocleziano, 328 , 80124 Napoli (Italy) ☎ +39 081 5707999/5704945 Fax: +39 081 5705734
e-mail: {fornaro.g;serafino.f;soldovieri.f}@irea.cnr.it

Abstract

This paper deals with the employ of multipass synthetic aperture radar in order to achieve a 3D reconstruction in presence of volumetric scattering. A new processing technique, based on the use of the Singular Values Decomposition method, is presented which allows to improve the resolution limits.

INTRODUZIONE

Il Radar ad Apertura Sintetica (*SAR*) è un sistema coerente di telerilevamento alle microonde che consente di ottenere immagini 2-D ad alta risoluzione della scena osservata, nelle direzioni *azimuth* (*along track*) e *range* (*cross track*). In realtà, a causa della penetrazione della radiazione al di sotto della superficie terrestre e della particolare geometria di acquisizione (*side looking*), le immagini ottenute rappresentano solo una "proiezione" della funzione di retrodiffusione lungo la direzione (*cross–range*) ortogonale al piano azimuth – range (piano di "slant range").

In questo lavoro viene analizzata la possibilità di ottenere una ricostruzione tomografica 3-D della scena "illuminata" utilizzando passaggi multipli del sensore ed estendendo le potenzialità delle tecniche interferometriche, che utilizzano due sole acquisizioni relative alla stessa scena. Queste ultime possono infatti presentare delle difficoltà in presenza di zone con pendenze elevate (lay over) e sono basate sull'assunzione che il meccanismo di retrodiffusione avvenga in superficie, consentendo quindi solo la stima della mappa digitale altimetrica della scena.

Diverse soluzioni sono state recentemente proposte nell'ambito delle tecniche tomografiche mediante SAR: le più diffuse si basano su strategie di elaborazione dello stesso tipo di quelle impiegate per la focalizzazione in azimuth. Tuttavia, a causa del fatto che i passaggi sono tipicamente non uniformi e che il numero di campioni acquisiti in direzione cross-range è notevolmente inferiore rispetto alla direzione azimuth, la risoluzione raggiunta in direzione cross-range è poco soddisfacente [1]. Al fine di superare tali difficoltà, il problema della ricostruzione tridimensionale della scena viene affrontato come un problema inverso lineare [2] dove i dati sono rappresentati dai campioni raccolti dal sensore alle diverse quote e l'incognita da ricostruire è la funzione di retrodiffusione volumetrica. La tecnica di inversione si basa sul metodo della Decomposizione a Valori Singolari (SVD) [3] dell'operatore coinvolto che, a differenza delle tecniche usuali impiegate e basate sull'algoritmo di FFT, consente di avvalersi di una informazione a priori sulla scena in esame per migliorare la risoluzione.

FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

La figura 1 presenta la geometria del problema. Il segnale raccolto dal sensore, in corrispondenza del passaggio *n*-esimo, è rappresentato da:

$$h_n = \int_{-a}^{a} \gamma(s) \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R_n(r,s) \right] ds \qquad n = 0,\ldots,N \qquad (1)$$

dove $R_n(r,s)=\sqrt{(r-b_{//n})^2+(s-b_{\perp n})^2}$ è la distanza tra il sensore e l'oggetto nel punto P, s è la posizione del target nella direzione di cross-range, λ è la lunghezza d'onda del sistema, $\gamma(s)$ è la funzione di riflettività, $b_{\perp n}$ e $b_{//n}$ sono, rispettivamente, le componenti ortogonali e parallele del vettore di baseline.

Dopo opportune approssimazioni e semplici operazioni si ottiene [4]:

$$g_n=\int_{-a}^{a}\gamma(s)\exp\left[j\frac{4\pi}{\lambda}\frac{b_{\perp n}s}{r-b_{//n}}\right]ds=FT[\gamma(s)]_{\zeta_n}=g(\zeta_n) \qquad (2)$$

dove $\zeta_n=\dfrac{2b_{\perp n}}{\lambda(r-b_{//n})}$ e $g(\zeta)$ è la trasformata di Fourier di $\gamma(s)$.

L'equazione (2) consente di interpretare i dati ricevuti dal sensore nelle differenti posizioni come i campioni dello spettro della funzione di retrodiffusione, in corrispondenza delle frequenze ζ_n.

Il problema può quindi essere posto come l'inversione di un operatore *L* così definito:

$$\mathbf{g}=L\gamma \qquad (3)$$

dove il vettore $\mathbf{g}=\{g_n\}_{n=0}^{N}$ dei dati acquisiti si suppone appartenere ad uno spazio Euclideo Y e che la funzione incognita $\gamma(s)$ sia definita in uno spazio $\Gamma=L^2(-a,a)$: Y e Γ sono comunemente denominati spazio delle incognite e spazio dei dati.

L'operatore *L* ammette un sistema singolare $\{\sigma_k, v_k(s), \mathbf{u}_k\}_{k=0}^{N}$ [3], definito dal seguente problema agli autovalori:

$$Lv_k(s)=\sigma_k\mathbf{u}_k \qquad (4)$$

$$L^*\mathbf{u}_k=\sigma_k v_k(s) \qquad (5)$$

dove L^* rappresenta *l'operatore aggiunto* associato ad *L* [3]. L'introduzione del sistema singolare permette di scrivere le seguenti relazioni:

$$\mathbf{g}=\sum_{k=0}^{N}\sigma_k\langle\gamma(s),v_k(s)\rangle_\Gamma\mathbf{u}_k \qquad (6)$$

$$\gamma(s)=\sum_{n=0}^{N}\sigma_n^{-1}\langle\mathbf{g},\mathbf{u}_n\rangle_Y v_n(s) \qquad (7)$$

L'equazione (6) indica che, in principio, tutti i differenti vettori $\mathbf{u}_k$ concorrono alla composizione del vettore ***g***, ed i loro contributi sono "pesati" tramite i coefficienti σ_k. Nel caso di dato realistico affetto da rumore, i contributi relativi ai valori singolari bassi sono "sommersi" da rumore e questo dovrebbe essere tenuto in conto durante l'inversione al fine di ottenere una soluzione stabile. In prima approssimazione si può applicare una SVD troncata (TSVD) per eliminare il contributo dei valori singolari meno significativi.

Per semplicità si farà di seguito riferimento al caso di orbite separate uniformemente sebbene il metodo qui presentato consenta di trattare anche il caso di campioni distribuiti in modo non uniforme. Consideriamo il caso di antenne spaziate uniformemente in cui sia:

$$b_{\perp n} = b_{\perp}\left(n - N/2\right) \tag{8}$$

In questo caso, ζ_n diventa :

$$\zeta_n = \frac{2b_{\perp n}}{\lambda\left(r - b_{//n}\right)} \approx \frac{2b_{\perp n}}{\lambda r} = \frac{1}{2a_{Nyq}}\left(n - N/2\right) \tag{9}$$

dove si è assunto $r >> \left|b_{//n}\right|_{\max}$ ed inoltre:

$$\Delta\zeta = \frac{2b_{\perp}}{\lambda r} \qquad 2a_{Nyq} = \frac{\lambda r}{2b_{\perp}} \tag{10}$$

In tal caso i dati della (2) rappresentano i campioni uniformemente distribuiti della trasformata di Fourier della funzione incognita. Di seguito verranno trattati i due casi di interesse: $a = a_{Nyq}$ e $a < a_{Nyq}$.

Nel primo caso si ha $2a\Delta\zeta = 1$ ed i valori singolari σ_k sono tutti costanti e pari a $\sqrt{2a}$ rendendo l'inversione della relazione (3) ben condizionata. Le funzioni che "espandono" l'incognita sono le armoniche di Fourier $v_k(s) = \left(2a\right)^{-1/2}\exp\left(-j2\pi\zeta_k s\right)$ e la soluzione quindi è dettata da:

$$\gamma(s) = \sum_{n=0}^{N} g_n \exp(-j2\pi\xi_n s) \tag{11}$$

che impone il limite di risoluzione ottenibile pari a [4]:

$$\Delta_{Nyq} = 2a_{Nyq}/(N+1) \tag{12}$$

Nel caso $a < a_{Nyq}$ si ha $2a\Delta\zeta < 1$, la funzione $g(\zeta)$ è sovracampionata. In tal caso il problema è quindi mal-condizionato a causa del decadimento dei valori singolari σ_k. Gli autovettori $\mathbf{u}_k$ nello spazio dei dati sono legati alle Discrete Prolate Spheroidal Sequences (DPSS), mentre le funzioni singolari $v_k(s)$ sono relative alle Discrete Prolate Spheroidal Wave (DPSW) [5]. La figura 2 mostra l'andamento dei valori singolari nel caso di acquisizione con i parametri riportati in tabella I. La figura è relativa a diversi fattori di riduzione della scena in esame.

In tal caso i limiti di risoluzione ottenibili, considerando il contributo di $N' < N$ valori singolari la cui scelta è in dipendenza del livello di rumore sui dati, è dato da [4, 6]:

$$\Delta = \frac{2a}{N'} = \frac{a}{a_{Nyq}}\frac{N+1}{N'}\Delta_{Nyq} \tag{13}$$

Si può notare che se $a_{Nyq}N' > a(N+1)$ si verifica un incremento di risoluzione (super risoluzione) rispetto al limite di Nyquist.

RISULTATI NUMERICI

La figura 3 presenta il risultato dell'elaborazione con i parametri illustrati in tabella I. In particolare esso fa riferimento a due bersagli posti al centro della scena investigata:

uno a quota 0 m e l'altro a 5.4m (corrispondenti a 0 e 13.8m in cross-range). Sotto queste condizioni $2a_{Nyq}/N = 18m$. In assenza di informazione a priori sulla scena cioè $a = a_{Nyq}$ i due target risultano indistinguibili. Per discriminare i due bersagli è necessaria un'informazione a-priori sul supporto della scena, come mostrato considerando, 9 e 11 autovalori "utili", relativi, rispettivamente a –28dB e –54dB ed un fattore di riduzione pari ad 8 (Figura 3).

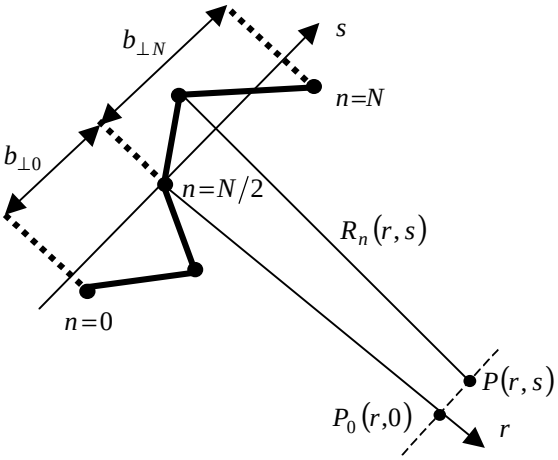

Fig.1 Geometria del Problema

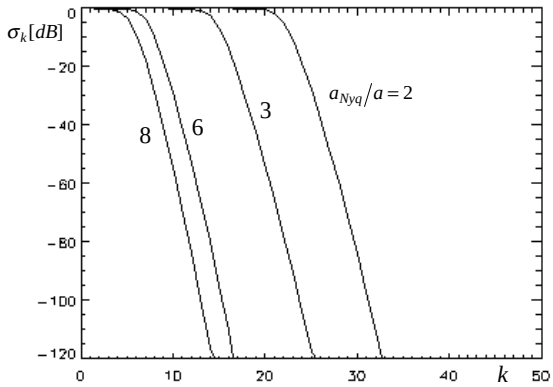

Fig. 2. Andamento dei valori singolari per diversi fattori di riduzione

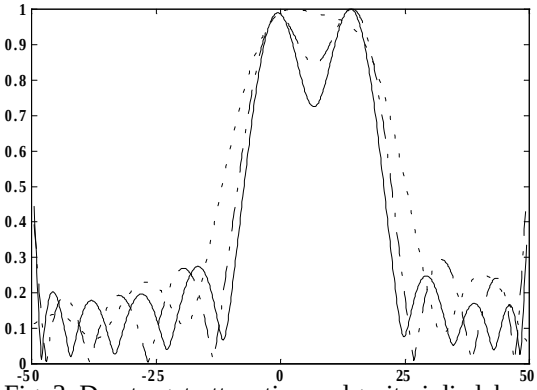

Fig. 3. Due target ottenuti con algoritmi di elaborazione standard (DFT) (linea punteggiata) e tramite il metodo proposto (SVD) (linea tratteggiata –28dB e linea continua –54 dB).

TABELLA I

Distanza dal centro scena	r_0	847361 m
Baseline ortogonali	$b_\perp$	30 m
Look angle	ϑ_0	22.9 °
Lunghezza d'onda	λ	0.056 m
Numero di passaggi	*N+1*	44

RIFERIMENTI

[1] A. Reigber and A. Moreira, "First Demonstration of Airborne SAR Tomography Using Multibaseline L-Band Data", *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 38, pp. 2142-2152, September 2000.

[2] R. Pierri, A. Liseno, F. Soldovieri, "Shape reconstruction from PO multifrequency scattered fields via the singular value decomposition approach ", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 9, pp. 1333-1343, September 2001.

[3] M. Bertero, Linear inverse and ill-posed problems, in *Advances in Electronics and Electron Physics*, Academic Press, (1989)

[4] G. Fornaro, F. Serafino, F.Soldovieri, "Three dimensional focusing with multipass SAR data", submitted

[5] D.Slepian, "Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty – V: the discrete case", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 57, pp.1371-1430, (1978).

[6] R.Pierri, A. Liseno, F.Soldovieri, R.Solimene, "In-depth resolution for a strip source in the Fresnel zone", *Journal of Optical Society of America., Pt.A*, vol. 18, pp.352-359, 2001.