NUOVA TECNICA IBRIDA MODALE E AD ELEMENTI FINITI PER L'ANALISI DI DISCONTINUITA' TRA GUIDE D'ONDA DI SEZIONE NON SEPARABILE

Vincenzo Crinó †, Cristiano Tomassoni ‡, Mauro Mongiardo ‡

†Space Engineering S.p.A., Via Dei Berio 91, 00155 Rome, Italy.

‡DIEI, University of Perugia, Via G. Duranti, 93, 06125, Perugia, Italy.

mongiardo@diei.unipg.it, tomassoni@diei.unipg.it, Tel. +39 0744 49 2944, Fax +39 0744 49 2925

Abstract

We present some new developments of the hybrid Modal/Finite Element Method (M/FEM) for the electromagnetic analysis of discontinuities involving waveguides of arbitrary cross-section. The proposed approach is based on a line integral formulation in order to derive both the coupling and the normalisation integrals. All the line integrals are solved analytically leading to a very efficient formulation. Numerical examples show the accuracy of the results and the flexibility of the method.

I. Introduzione

Il crescente sviluppo dei sistemi di telecomunicazione mobili e satellitari richiede filtri dalle prestazioni sempre più elevate con dimensioni, costi e tempi di produzione sempre più ridotti. Notevole è quindi l'interesse per tecniche numeriche che consentano di progettare in modo efficiente ed accurato tali strutture.

Filtri molto utilizzati sono quelli con cavità accoppiate mediante iridi costituite da una o più aperture (Fig. 1). Tali iridi sono state studiate in passato utilizzando formule approssimate basate sulla teoria delle piccole aperture di Bethe [1], tecniche di analisi elettromagnetica modali [2] o, più recentemente, tecniche ibride come quella Modale e ad Elementi Finiti proposta in [3]. Quest'ultimo approccio consente di sfruttare sia l'efficienza dell'analisi modale che la versatilità del metodo agli elementi finiti, applicabile anche a guide d'onda con sezione non separabile. In [4] abbiamo proposto di applicare a tale metodo la formulazione per il calcolo mediante integrali di linea degli integrali di accoppiamento e di normalizzazione riportata in [5] (Fig. 2). La formulazione ottenuta è stata resa più efficace risolvendo analiticamente gli integrali di linea.

In questo articolo, dopo un breve richiamo alla formulazione con integrali di linea del metodo ibrido M/FEM, applichiamo tale metodo all'analisi di una biforcazione in guida ellittica e di un'iride di interesse pratico.

II. Teoria

Tra le varie formulazioni ad Elementi Finiti presentate in letteratura per l'analisi di guide d'onda abbiamo scelto la "standard formulation" bidimensionale che utilizza

Fig. 1. Alcuni esempi di iridi in guida circolare

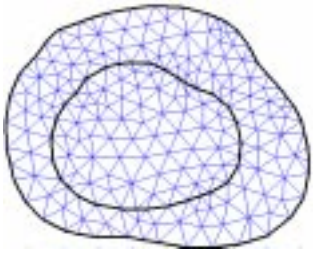

Fig. 2. Sezione transversa di una discontinuità tra due guide di sezione non-separabile; la linea scura denota il contorno delle guide. La mesh triangolare bidimensionale è utilizzata per il calcolo agli elementi finiti dei modi in guida. Gli integrali di accoppiamento e di normalizzazione vengono calcolati risolvendo analiticamente gli integrali di linea sui lati dei triangoli della mesh che individuano il contorno delle guide.

le tre componenti del campo magnetico e, mediante una scelta opportuna degli "edge elements", non presenta il problema dei modi spuri. Le componenti trasversa e longitudinale del campo magnetico in ciascun elemento della mesh vengono sviluppate, nell'ipotesi di assenza di perdite (costante di propagazione $\gamma = j\beta$), nel seguente modo:

$$\mathbf{h}_t = \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j}\ \underline{\tau}_j \qquad h_z = \sum_{j=1}^{N_n^e} h_{z_j}\ \alpha_j \tag{1}$$
$$con \quad \mathbf{h}_t = \beta \mathbf{H}_t \quad e \quad h_z = -jH_z$$

dove N_v^e funzioni di interpolazione vettoriali $\underline{\tau}$ e N_n^e funzioni di interpolazione scalari α sono associati ad un elemento. Applicando il metodo dei residui pesati di Galerkin ed imponendo la continuità tangenziale del campo magnetico tra i vari elementi della mesh si ottiene il sistema:

$$\begin{bmatrix} [A] + \beta^2 [D] & \beta^2 [C] \\ [C]^T & [E] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{h}_t \\ \underline{h}_z \end{bmatrix} = k_o^2 \begin{bmatrix} [B] & [0] \\ [0] & [F] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{h}_t \\ \underline{h}_z \end{bmatrix} \tag{2}$$

dove $\underline{h}_t$ ed $\underline{h}_z$ sono i vettori che contengono i coefficienti di espansione incogniti h_{t_j} and h_{z_j} dell'intera mesh e le matrici [A] to [F] sono descritte in [6].

La soluzione del sistema (2), per un β assegnato, consente di ricavare gli autovalori k_o ed i coefficienti delle espansioni (1). Dalla conoscenza dei k_o si possono poi derivare i numeri d'onda al cut-off k_c:

$$k_c^2 - (j\beta)^2 = k_o^2 \tag{3}$$

Molto importante è la scelta delle funzioni di interpolazione scalari e vettoriali. Un buon compromesso tra complessità ed accuratezza è rappresentato dalle funzioni scalari del secondo ordine [6] e dagli edge elements "Linear Tangential, Quadratic Normal" LT/QN [7].

Per applicare le formule per il calcolo degli integrali di accoppiamento e di normalizzazione fornite in [5] occorre valutare i potenziali dei modi TE e TM e le loro derivate lungo il contorno della guida. I potenziali non normalizzati dei modi TE e TM, indicati rispettivamente con Φ e Ψ, possono essere espressi come:

$$\Phi \quad = \quad h_z = \sum_{j=1}^{N_n^e} h_{z_j}\ \alpha_j \tag{4}$$

$$\Psi = \nabla_t \times \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{a_z} = \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j} \nabla_t \times \underline{\tau}_j \cdot \mathbf{a_z} \tag{5}$$

Per brevità riportiamo qui soltanto le formule relative al calcolo della derivata del potenziale rispetto alla normale al contorno della guida e rispetto al k_c, utili per il calcolo degli integrali di normalizzazione dei modi TM.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial n} &= \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j} \nabla_t \left[\nabla_t \times \underline{\tau}_j \cdot \mathbf{a_z} \right] \cdot \underline{n} \\ &= \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j} \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \left[\nabla_t \times \underline{\tau}_j \cdot \mathbf{a_z} \right]}{\partial \lambda_i} (b_i n_x + c_i n_y) \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial k_c} &= \frac{1}{k_c} \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j} \nabla_t \left[\nabla_t \times \underline{\tau}_j \cdot \mathbf{a_z} \right] \cdot \mathbf{r} \\ &= \frac{1}{k_c} \sum_{j=1}^{N_v^e} h_{t_j} \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \left[\nabla_t \times \underline{\tau}_j \cdot \mathbf{a_z} \right]}{\partial \lambda_i} (b_i x + c_i y) \end{aligned} \tag{7}$$

dove $\underline{n} = (n_x, n_y)$ rappresenta il versore normale al contorno della guida, $\underline{r} = (x, y)$ il vettore posizione del punto del contorno della guida dove viene calcolata la derivata, $\lambda_i = a_i + b_i x + c_i y$ (i = 1,2,3) le coordinate simplettiche e a_i, b_i e c_i i coefficienti per passare dalle coordinate cartesiane a quelle simplettiche.

Utilizzando le formule (4)-(7), più altre dello stesso tipo, per il calcolo di potenziali e derivate di potenziali, siamo in grado di risolvere analiticamente gli integrali di linea riportati in [5] su ciascun dei lati dei triangoli della mesh che individuano i bordi delle guide (Fig. 2).

Una volta calcolati gli integrali di accoppiamento possiamo costruire la matrice di accoppiamento, dalla quale, tramite semplici calcoli matriciali quali quelli utilizzati nella tecnica del Mode-Matching, siamo in grado di risalire alla matrice di scattering generalizzata.

III. Risultati

Allo scopo di verificare l'applicabilià del metodo al caso di più aperture, abbiamo considerato dapprima un esempio costituito da una biforcazione in guida ellittica. In Fig. 3, abbiamo confrontato i nostri risultati con quelli pubblicati in [8], utilizzando 60 modi nella guida grande e 5 in ciascuna delle due guide piccole.

In Fig. 4 abbiamo confrontato i parametri di scattering ottenuti con il nostro metodo con quelli ricavati mediante il tool commerciale dell'Ansoft, HFSS, per un'iride del tipo proposto in [9], riportata nella stessa figura. In questo caso abbiamo considerato 400 modi nella guida circolare e 5 nell'iride. In entrambi gli esempi si è riscontrato un buon accordo rispetto ai risultati di riferimento.

IV. Conclusioni

Abbiamo proposto la formulazione con integrali di linea per il calcolo degli integrali di accoppiamento e di normalizzazione nel metodo ibrido Modale/FEM. Abbiamo quindi applicato tale metodo all'analisi delle iridi di accoppiamento dei filtri in cavità. Il metodo si è dimostrato flessibile e accurato.

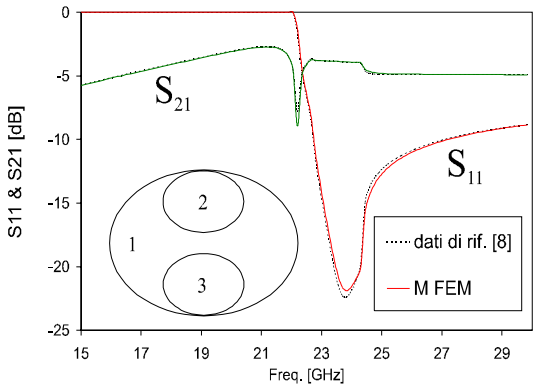

Fig. 3. Modulo del coefficiente di riflessione e di trasmissione di una biforcazione in guida ellittica. Confronto fra i risultati ottenuti con il nostro metodo e quelli riportati in [8] ottenuti tramite Mode-Matching.

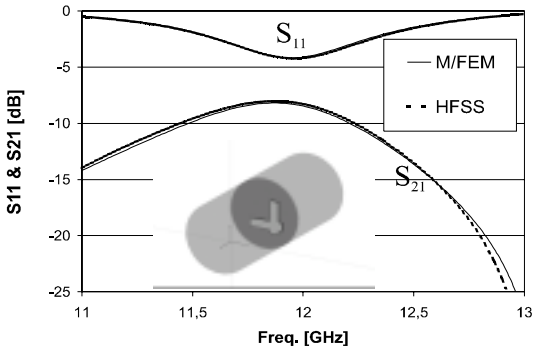

Fig. 4. Modulo del coefficiente di riflessione e di trasmissione di un'iride in guida circolare. Confronto fra i risultati ottenuti con il nostro metodo e quelli ottenuti con il tool commerciale dell'Ansoft, HFSS.

References

[1] G. Matthei, I. Young and E. Jones, "Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures", *New York: McGraw-Hill*, 1964.

[2] L. Accatino, G. Bertin, "Design of Coupling Irises Between Circular Cavities by Modal Analysis", *IEEE Trans on Microwave Theory Tech.*, Vol. 42, no. 7, July 1994.

[3] R. Bayer, F. Arndt, "Efficient modal analysis of waveguide filters including the Orthogonal mode coupling elements by a MM/FE method", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 5, no. 1, pp 9-11, Jan. 1995.

[4] V. Crinó, C. Tomassoni, M. Mongiardo, "Line-Integral Formulation of the Hybrid MM/FEM Technique", *2002 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*.

[5] G. Figlia, G.G. Gentili, "On the Line-Integral Formulation of Mode Matching Technique,", *IEEE Trans on Microwave Theory Tech.*, vol. 50, pp. 578-580, Feb. 2002.

[6] P.P Silvester and R.L.Ferrari, "Finite Elements for Electrical Engineers", Second Edition, New York: Cambridge University Press, 1990.

[7] L.S. Andersen, J.L. Volakis, "Development and Application of a Novel Class of Hierarchical Tangential Vector Finite Elements for Elettromagnetics", *IEEE Trans. On antennas and Propagation*, Vol. 47, No 1, Jan. 1999.

[8] M. Mongiardo, P. Russer, C. Tomassoni and L.B. Felsen, "Analysis of N-furcation in Elliptical waveguides via the Generalized Network Formulation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-47, 12, pp. 2473-2478, Dec. 1999.

[9] U. Rosemberg, "Multiplexing and Double Band Filtering with Common-Multimode Cavities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-38, 12, pp. 1862-1871, Dec. 1990.