

Un nuovo propagatore numerico per strutture periodiche con non linearità del secondo ordine.

A. Locatelli, D. Modotto, C. De Angelis

*Istituto Nazionale per la Fisica della Materia, Dipartimento di Elettronica
per l'Automazione, Università di Brescia, via Branze 38, 25123 Brescia,
Italy. Tel: +39 030 3715437, Fax: +39 030 380014, deangeli@ing.unibs.it*

A. Tonello, A.-D. Capobianco, G. Nalesso

*Istituto Nazionale per la Fisica della Materia, Dipartimento di Elettronica e
Informatica, Università di Padova, via Gradenigo 6/A, 35131 Padova, Italy*

F.-M. Pigozzo

*Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Gestionale e Meccanica, Università di
Udine, via delle Scienze 208, 33100 Udine, Italy*

Abstract. A bidirectional Beam Propagation Method, able to describe light propagation in multilayered structures with second order nonlinearities, is proposed. The developed numerical scheme is then applied for the modeling of Second Harmonic Generation in periodic structures.

1 Introduzione

Il “Beam Propagation Method” (BPM) è un potente strumento numerico per il calcolo del campo elettromagnetico in strutture complesse. Alcuni BPM Bidirezionali (Bi-BPM) per lo studio in regime lineare sono stati presentati da vari anni in letteratura [1, 2] e recentemente sono stati sviluppati nuovi schemi per trattare problemi con propagazione fortemente diffrattiva e onde evanescenti [3, 4]. In questo lavoro, con l’ausilio di una procedura iterativa allo schema base presentato per la prima volta in [3], si intende estendere il Bi-BPM in modo tale da poterlo utilizzare nell’analisi della generazione di seconda armonica (SHG) in strutture multistrato.

Lo schema lineare bidimensionale per polarizzazioni TE del Bi-BPM per strutture multistrato [3, 4] lega le componenti del campo elettrico di ingresso e uscita attraverso la relazione

$$\begin{bmatrix} u_{out}^+ \\ u_{out}^- \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} u_{in}^+ \\ u_{in}^- \end{bmatrix} \quad (1)$$

dove gli apici “+,-” si riferiscono rispettivamente a onde propaganti nel verso positivo e negativo della coordinata longitudinale z . La matrice M è ottenuta moltiplicando in successione matrici di *propagazione* e di *interfaccia* $M = T_{n,n+1}P_n \dots T_{i,i+1}P_i \dots T_{1,2}P_1$ dove P_i rappresenta la matrice di propagazione nella regione i e $T_{i,i+1}$ rappresenta la matrice di interfaccia dalla regione i alla regione $i+1$ [3]. Poiché il campo è eccitato solo dal lato di ingresso della struttura, le condizioni al contorno note sono $u_{in}^+ = u_0$ e $u_{out}^- = 0$; di conseguenza il problema può essere riformulato in un modo più conveniente [3] e ridotto a risolvere in un primo tempo un sistema lineare allo scopo di calcolare u_{in}^- e in un secondo tempo ad utilizzare la relazione (1) per calcolare u_{out}^+ .

2 Estensione del Bi-BPM alle non linearità di tipo $\chi^{(2)}$

In presenza di due armoniche in materiali con non linearità di tipo quadratico, il Bi-BPM deve descrivere l’evoluzione di onde progressive e regressive alle frequenze ω e 2ω ($u_{\omega}^{\pm}, u_{2\omega}^{\pm}$), ma poiché vi sono scambi energetici tra i vari campi, il problema non può essere ridotto a due problemi indipendenti di tipo (1). Si osserva inoltre che le matrici di interfaccia

$T_{\omega_i, i+1}$ e $T_{2\omega_i, i+1}$ sono dipendenti dal campo presente nella struttura perché le condizioni di continuità sono modificate dalla non linearità. Tuttavia, finché l'interesse si focalizza nelle strutture multistrato con forte modulazione dell'indice di rifrazione, le condizioni di continuità restano praticamente immutate ed il contributo delle non linearità può essere ignorato. La validità di questa assunzione è stata verificata a posteriori confrontando i risultati numerici con la soluzione analitica disponibile nel caso limite di onda piana propagante nel mezzo multistrato. È importante notare che le componenti di ingresso e uscita del campo elettrico nella generica regione i non possono essere legate dalle stesse matrici P_{ω_i} e $P_{2\omega_i}$ del caso lineare, ma, come si illustrerà in seguito, tramite le seguenti relazioni:

$$\begin{bmatrix} u_{out, m\omega}^+ \\ u_{out, m\omega}^- \end{bmatrix} = P_{m\omega_i} \cdot \begin{bmatrix} u_{in, m\omega}^+ \\ u_{in, m\omega}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{i, m\omega}^+ \\ X_{i, m\omega}^- \end{bmatrix} \quad (2)$$

dove $m = 1, 2$ e $X_{i, \omega}^\pm$, $X_{i, 2\omega}^\pm$ sono termini che tengono conto degli scambi energetici. All'interno di ogni regione omogenea i , solo le interazioni tra onde copropaganti sono rilevanti per cui l'evoluzione del campo alla frequenza fondamentale (FF) e alla seconda armonica (SH) sono governate dalle equazioni:

$$\begin{aligned} \partial_{zz} u_\omega^\pm(x, z) \mp 2j\bar{k}_\omega \partial_z u_\omega^\pm(x, z) + \partial_{xx} u_\omega^\pm(x, z) + [n_i^2(x, \omega)k_0^2 - \bar{k}_\omega^2] u_\omega^\pm(x, z) = \\ = -k_0^2 \chi_i^{(2)} [u_\omega^\pm(x, z)]^* u_{2\omega}^\pm(x, z) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \partial_{zz} u_{2\omega}^\pm(x, z) \mp 4j\bar{k}_\omega \partial_z u_{2\omega}^\pm(x, z) + \partial_{xx} u_{2\omega}^\pm(x, z) + 4[n_i^2(x, 2\omega)k_0^2 - \bar{k}_\omega^2] u_{2\omega}^\pm(x, z) = \\ = -2k_0^2 \chi_i^{(2)} [u_\omega^\pm(x, z)]^2 \end{aligned} \quad (4)$$

che, in accordo con la tecnica split-step (split-step technique o SST), possono essere integrate in due passi distinti [5, 6]. Il primo tiene conto solamente dei termini lineari mentre le non linearità agiscono solo in un secondo tempo. Le soluzioni formali che si ottengono da tale operazione consentono gli scambi energetici tra armoniche aggiungendo ai termini lineari le correzioni riportate in (2), le cui espressioni risultano rispettivamente

$$X_{i, \omega}^\pm = \mp j \frac{k_0^2 \chi_i^{(2)}}{4\bar{k}_\omega} \Delta z \{ [u_\omega^\pm(x, z + \Delta z)]^* u_{2\omega}^\pm(x, z) + [u_\omega^\pm(x, z)]^* u_{2\omega}^\pm(x, z + \Delta z) \} \quad (5)$$

$$X_{i, 2\omega}^\pm = \mp j \frac{k_0^2 \chi_i^{(2)}}{2\bar{k}_\omega} \Delta z u_\omega^\pm(x, z) u_\omega^\pm(x, z + \Delta z) \quad (6)$$

con Δz spessore della regione i . A questo punto si posseggono tutti gli elementi per poter formulare il Bi-BPM in presenza di non linearità di tipo $\chi^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{out, m\omega}^+ \\ u_{out, m\omega}^- \end{bmatrix} = M_{m\omega} \cdot \begin{bmatrix} u_{in, m\omega}^+ \\ u_{in, m\omega}^- \end{bmatrix} + T_{m\omega, n+1} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} X_{n, m\omega}^+ \\ X_{n, m\omega}^- \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\prod_{j=0}^{n-i-1} P_{m\omega_{n-j}} T_{m\omega_{n-j-1}, n-j} \right) \cdot \begin{bmatrix} X_{i, m\omega}^+ \\ X_{i, m\omega}^- \end{bmatrix} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Poiché in (7) i termini responsabili degli scambi energetici ($X_{tot, \omega}^\pm$, $X_{tot, 2\omega}^\pm$) sono funzioni delle onde propaganti e contropropaganti che devono essere determinate, è necessario l'uso di una procedura iterativa secondo il seguente schema: in primo luogo si costruisce $X_{tot, \omega}^\pm$

e $X_{tot,2\omega}^{\pm}$ con i valori di campo calcolati al passo precedente, se quella svolta è la prima iterazione, si pongono questi valori uguali a zero. Imponendo le condizioni al contorno in (7), il problema può essere trasformato nella soluzione di 2 sistemi lineari

$$M_{\omega}^{-+} u_{in,\omega}^{-} = -M_{\omega}^{-+} u_0 - X_{tot,\omega}^{-} \quad \text{e} \quad M_{2\omega}^{-+} u_{in,2\omega}^{-} = -X_{tot,2\omega}^{-}. \quad (8)$$

Queste equazioni sono quindi usate per calcolare i campi riflessi $u_{in,\omega}^{-}$ e $u_{in,2\omega}^{-}$. Attraverso (7) possono essere calcolati i valori di $u_{out,\omega}^{\pm}$ e $u_{out,2\omega}^{\pm}$. Durante il calcolo è importante salvare i valori $u_{in,i,\omega}^{\pm}$, $u_{out,i,\omega}^{\pm}$, $u_{in,i,2\omega}^{\pm}$ e $u_{out,i,2\omega}^{\pm}$ di tutta la struttura. Il calcolo si arresta se $|u_{out,\omega}^{\pm} - u_{out,old,\omega}^{\pm}| < tol$ e $|u_{out,2\omega}^{\pm} - u_{out,old,2\omega}^{\pm}| < tol$ dove tol è un predeterminato valore di tolleranza e $u_{out,old}^{\pm}$ sono i campi di uscita calcolati all'iterazione precedente, altrimenti è necessario reiterare la procedura.

3 Test numerico

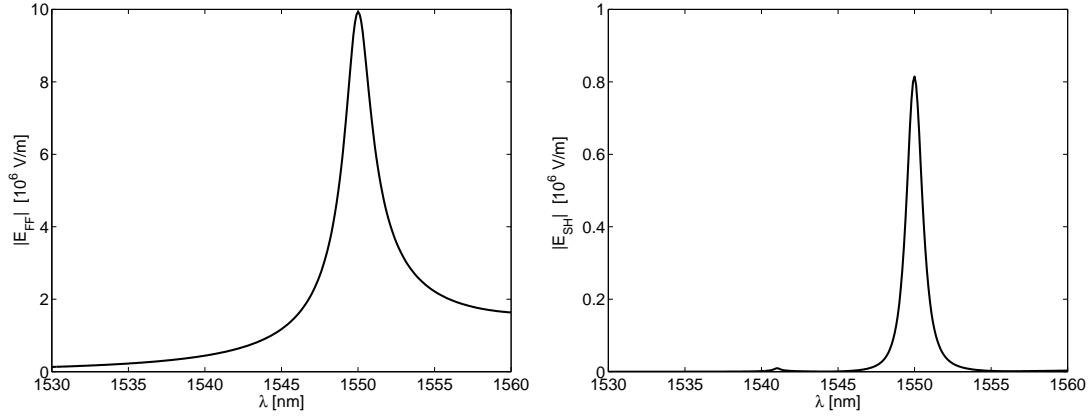


Fig. 1. Trasmissione dell'onda fondamentale (a sinistra) e della seconda armonica generata (a destra) in funzione della lunghezza d'onda fondamentale d'ingresso.

L'efficacia e le capacità del Bi-BPM non lineare sono state verificate con il seguente test. Si è simulata una struttura formata da 20 periodi di strati alternati di *AlGaAs* (spessore $d_1 \simeq 147.1$ nm, $n(\omega) = 3.3426$, $n(2\omega) = 3.6342$) e aria (di spessore $d_2 \simeq 93.4$ nm) con coefficiente di non linearità del semiconduttore $\chi^{(2)} = 300$ pm/V. A partire dai dati forniti dalla teoria nell'approssimazione di onda piana [7], si è progettato il reticolo di Bragg per un'ottimale generazione di seconda armonica ad una lunghezza d'onda fondamentale di $1.55 \mu m$. In figura 1 vengono riportati, in un intorno di tale lunghezza d'onda, le ampiezze del campo trasmesso e della seconda armonica generata nella direzione di propagazione concorde con il campo di ingresso di ampiezza $E_0 = 10^7$ V/m.

Il Bi-BPM è stato quindi utilizzato per analizzare la SHG con campo di pompa con larghezza del fascio finita (ovvero con $E(x, z = 0) = E_0 \exp(-(x/w_0)^2)$). Questa analisi è innovativa nello studio dei multistrato dimensionati per la SHG che sinora sono stati analizzati solo nel caso limite di onda piana. Si osserva che più la larghezza del fascio gaussiano incidente diventa piccola, più ci si allontana dal caso di onda piana ed i risultati ottenuti analiticamente perdono la loro validità. I valori ottenuti sono presentati in figura 2 dove il valore massimo dell'ampiezza della seconda armonica in uscita è riportato in funzione della larghezza w_0 del fascio gaussiano. Il risultato nel caso di onda piana, calcolato tramite l'integrazione numerica delle equazioni delle onde accoppiate [7], bene si accorda con quello calcolato tramite il Bi-BPM se $w_0 > 20 \mu m$. Si è notato inoltre che l'efficienza del processo di SHG nei reticoli di Bragg si riduce considerevolmente quando

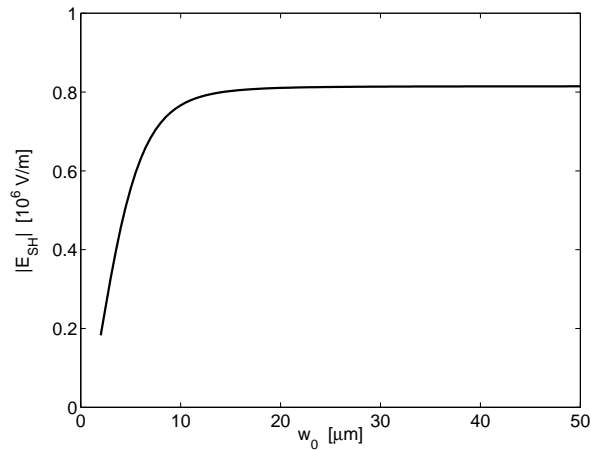


Fig. 2. Ampiezza massima della seconda armonica all'uscita del dispositivo in funzione della larghezza w_0 del fascio gaussiano di pompa.

la larghezza di banda angolare del fascio gaussiano di pompa diventa comparabile con la larghezza di banda angolare del picco di trasmissione del reticolo.

4 Conclusioni

In questo lavoro, a partire da uno schema recentemente proposto per la realizzazione di un Bi-BPM lineare, si è formulata un'estensione dell'algoritmo per l'analisi dei fenomeni di SHG nei reticoli di Bragg. L'approccio si è basato su una procedura iterativa che prende in considerazione gli scambi energetici presenti tra le due armoniche. L'algoritmo è stato applicato con successo nella valutazione dell'efficienza del processo di SHG in reticoli di Bragg in cui il campo elettrico è eccitato da sorgenti con larghezza del fascio di dimensione finita.

References

1. P. Kaczmarek and P.E. Lagasse, "Bidirectional beam propagation method", *Electron. Lett.*, vol. 24, pp. 675-676, 1988.
2. K. Hayashi, M. Koshiba, Y. Tsuji, S. Yoneta and R. Kaji, "Combination of beam propagation method and mode expansion propagation method for bidirectional optical beam propagation analysis", *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 2040-2045, 1998.
3. H. Rao, R. Scarmozzino and R.M. Osgood Jr., "A bidirectional beam propagation method for multiple dielectric interfaces", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, pp. 830-832, 1999.
4. H. Rao, M.J. Steel, R. Scarmozzino and R.M. Osgood Jr., "Complex propagators for evanescent waves in bidirectional beam propagation method", *J. Lightwave Technol.*, vol. 18, pp. 1155-1160, 2000.
5. M.D. Feit and J.A. Fleck, "Light propagation in graded-index optical fibers", *Appl. Opt.*, vol. 17, pp. 3990-3998, 1978.
6. A.D. Capobianco, D. Brillo, C. De Angelis and G.F. Nalesso, "Fast beam propagation method for the analysis of second order nonlinear phenomena", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 10, pp. 543-545, 1998.
7. C. De Angelis, F. Gringoli, M. Midrio, D. Modotto, J.S. Aitchison and G.F. Nalesso, "Conversion efficiency for second-harmonic generation in photonic crystals", *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 18, pp. 348-351, 2001.