

INVERSIONE STATISTICA NON-LINEARE DI MISURE RADIOMETRICHE MEDIANTE REGRESSIONE VINCOLATA

F.S. Marzano ¹, E. Fionda ², P. Ciotti ¹

¹ Dip. di Ingegneria Elettrica - Centro di Eccellenza CETEMPS, Università dell'Aquila
Monteluco di Roio - 67040 L'Aquila, Italy
Fax. +39.0862.434403; E-mail: marzano@ing.univaq.it; ciotti@ing.univaq.it

² Fondazione Ugo Bordoni
Viale Europa, 190 - 00144 Roma, Italy
Fax. +39.06.54804401; E-mail: efionda@fub.it

Abstract

Inversion algorithms for ground-based microwave radiometric retrieval of slant-path attenuation at millimetre-wave band are proposed. The estimation methods are trained by numerical simulations of a radiative transfer model applied to microphysically-consistent precipitating cloud structures, representative of stratiform and convective rainy clouds. Besides ordinary multiple regression, a variance-constrained regression algorithm is developed and applied to synthetic data in order to evaluate its robustness to noise and its potentiality. Simulations of ground-based radiometric measurements at 13.0, 23.8, and 31.7 GHz are used for testing the retrieval algorithms.

INTRODUZIONE

Nell'ambito del telerilevamento dell'atmosfera il problema inverso si pone spesso in termini di problema non lineare mal posto. Un caso di estremo interesse è quello delle osservazioni di precipitazioni atmosferiche mediante radiometria multispettrale a microonde [1]. In particolare, l'osservazione passiva a microonde delle precipitazioni da terra solleva problemi delicati, quali la saturazione dei canali radiometrici a frequenze superiori a 20 GHz e la presenza di contributi spuri di temperatura di brillanza, dovuti al possibile deposito di acqua sui riflettori delle antenne.

Dal punto vista formale, il problema di inversione di misure passive a microonde può essere posto nel seguente modo: dato un insieme di misure di temperatura di brillanza multispettrali (T_B), rappresentato da un vettore \mathbf{t}_m , stimare un insieme di parametri geofisici \mathbf{x} (e.g., l'intensità di precipitazione, il contenuto integrato di acqua liquida precipitante, lo spessore ottico atmosferico), caratteristici del mezzo in esame. Il legame funzionale tra \mathbf{t}_m e \mathbf{x} è, in generale, non lineare e dipende da un numero elevato di parametri sia fisici che elettromagnetici. Precedenti lavori hanno mostrato che, sulla base di modelli numerici di trasferimento radiativo a microonde, tale legame funzionale può assumere una forma polinomiale [2], [3]. La possibilità di ricorrere ad un modello numerico per la soluzione del problema diretto e la contemporanea mancanza di sufficienti misure sperimentali sui parametri del mezzo in analisi (i.e., nubi con precipitazione) suggeriscono l'opportunità di affrontare la soluzione del problema inverso su base fisico-statistica. La simulazione delle misure radiometriche a partire da scenari atmosferici parametrizzati, unitamente alla caratterizzazione del rumore

strumentale e modellistico, consente di predisporre un *ensemble* di realizzazioni del processo di osservazione di \mathbf{x} noto \mathbf{t}_m , da usare per addestrare dell'algoritmo inverso.

In questo lavoro, si illustra, da una parte, un metodo di inversione non lineare con proprietà di robustezza al rumore e, dall'altra, si affronta il problema della scelta ottima delle frequenze di misura. La caratteristica di robustezza al rumore risulta essenziale per affrontare situazioni menzionate, in cui l'effetto di deposito di acqua liquida sull'antenna, si può tradurre in una perturbazione sistematica e aleatoria della temperatura di brillantezza atmosferica. Il metodo robusto di inversione proposto è quello della regressione multipla vincolata, appartenente alla classe degli algoritmi regolarizzati di minima varianza dell'errore (quadratico). Il modello funzionale ottimizzato tra \mathbf{x} e \mathbf{t}_m è scelto di tipo polinomiale di ordine cubico. Il vincolo nell'inversione viene imposto attraverso la modificazione degli elementi diagonali della matrice di autocovarianza delle misure. La scelta ottima delle frequenza nel problema inverso viene, infine, effettuata considerando un insieme variabile di canali da 10.6 a 53.8 GHz, implementati in sistemi radiometrici correnti, mettendo a confronto indicatori percentuali di errore medio e varianza della stime. Esperimenti numerici su misure sintetiche dimostrano l'efficacia dell'approccio adottato, peraltro applicato anche a misure sperimentali [1].

FORMULAZIONE DELL'ALGORITMO

Se \mathbf{x} rappresenta lo stato atmosferico, un vettore radiometrico multifrequenza \mathbf{t} indicherà osservazioni (prive di errore) di T_B effettuate con angolo di elevazione θ_0 e a N frequenze ω , cioè: $\mathbf{t} = [T_B(\theta_0, \nu_1), \dots, T_B(\theta_0, \nu_N)]^T$. Esempi di simulazioni di \mathbf{t} sono presentati in Fig. 1 nel caso di mezzo rappresentativo di nube convettiva con pioggia.

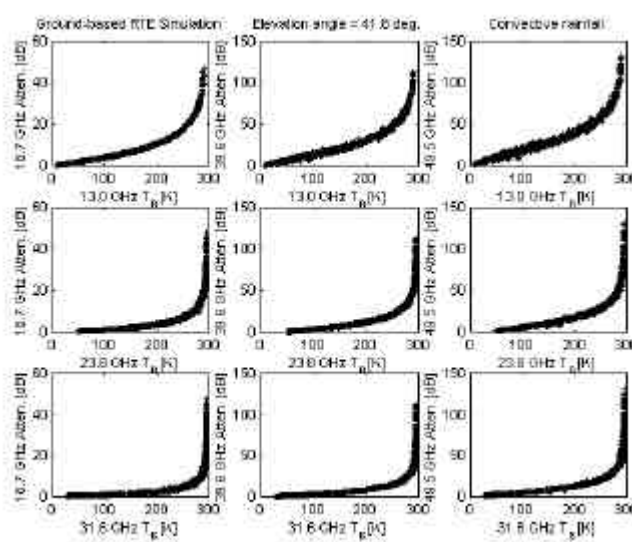


Fig. 1. Simulazioni di T_B per angolo di elevazione a 41.8° a 13, 23.8 e 31.6 GHz in funzione di attenuazioni totali a 18.7, 39.6 e 49.5 GHz.

Il vettore di misura \mathbf{t}_m associato a \mathbf{t} terrà conto di rumore gaussiano (additivo), caratterizzato da una componente sistematica e aleatoria, in modo che:

$$\mathbf{t}_m = \mathbf{t} + \mathbf{e}_t, \quad (1)$$

Un approccio all'inversione discreta del problema, richiede la conoscenza del modello diretto F tale che:

$$\mathbf{t}_m = \mathbf{F}(\mathbf{x}) . \quad (2)$$

dove in (2) F rappresenta il modello di trasferimento radiativo vettoriale, fondamentalmente non lineare rispetto a \mathbf{x} come si evince dalla Fig. 1 [2].

L'inversione diretta di F non è sempre possibile, né attuabile in quanto il problema inverso risulta fortemente mal condizionato. Un modo per affrontare il problema è quello di utilizzare un approccio statistico in cui, utilizzando il modello fisico-radiativo, si produca un insieme di simulazioni di \mathbf{x} e \mathbf{t}_m statisticamente significativo e si linearizzi l'operatore inverso F^{-1} sfruttando opportune funzioni (non lineari) di \mathbf{x} e \mathbf{t}_m . Quindi, riferendosi a variabili centrate rispetto a valori medi (o caratteristici) \mathbf{m}_x e \mathbf{m}_t .

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c &= \mathbf{x} - \mathbf{m}_x \\ \mathbf{t}_{mc} &= \mathbf{t}_m - \mathbf{m}_t \end{aligned} \quad (3)$$

se si assume una relazione linearizzata tra il predittore \mathbf{t}_{mc} e il predicendo \mathbf{x}_c , la regressione multiple ordinaria (OMR) fornisce la seguente stima non polarizzata di \mathbf{x}_c :

$$\hat{\mathbf{x}}_c = \mathbf{D}_{OMR} \mathbf{t}_{mc} = \mathbf{S}_{xt} \mathbf{S}_t^{-1} \mathbf{t}_{mc} , \quad (4)$$

dove \mathbf{D}_{OMR} è la matrice OMR dei coefficienti, \mathbf{S}_{xt} e \mathbf{S}_t sono le matrici di inter-covarianza tra \mathbf{x}_c e \mathbf{t}_{mc} e auto-covarianza di \mathbf{t}_{mc} .

Un aspetto interessante di (4) è che tale stimatore può essere dedotto anche in caso di vincoli che assicurino una rilevante robustezza al rumore. Tale aspetto è di particolare importanza per osservazioni radiometriche da terra di pioggia ove pellicole di acqua liquida sul riflettore di antenna possono causare errori sistematici e aleatori non controllabili nella misura di T_B . Inoltre, un approccio come quello proposto deve tenere conto di eventuali limitazioni (e, quindi, errori) del modello fisico-radiativo quali, per es., la geometria del mezzo e gli eventuali effetti di depolarizzazione. Tali cause possono dare luogo complessivamente a scarti dell'ordine di diverse decine di K in T_B .

Estendendo l'approccio OMR con l'obiettivo di renderlo robusto all'incertezza delle misure, in questo lavoro si propone una stima di \mathbf{x}_c basata sul metodo della regressione multiple a varianza vincolata (VMR) la cui espressione è:

$$\hat{\mathbf{x}}_c = \mathbf{D}_{VMR} \mathbf{t}_{mc} = \mathbf{S}_{xt} (\mathbf{S}_t + \gamma \mathbf{S}_v)^{-1} \mathbf{t}_{mc} , \quad (5)$$

dove \mathbf{D}_{VMR} la matrice VMR dei coefficienti, γ è il fattore di vincolo e \mathbf{S}_v è una matrice diagonale I cui elementi diagonali so pari a quelli di \mathbf{S}_t . Dettagli sulla deduzione della (5) si possono avere in [1]. Ovviamente, per $\gamma = 0$ (5) si riduce a (4), mentre per costruzione $\gamma = 1$ significa raddoppiare la varianza di \mathbf{S}_t .

L'aspetto critico nell'uso della (5) è la scelta del fattore di vincolo. Un metodo oggettivo è quello di sottoporre la (5) a successive iterazioni per valori crescenti di γ imponendo l'ottenimento della positività delle stime per ogni \mathbf{t}_{mc} . Tale condizione fisica corrisponde a imporre una proiezione su un dominio convesso e si esprime mediante:

$$\mathbf{g}: \hat{\mathbf{x}}_c = \mathbf{S}_{xt} (\mathbf{S}_t + \gamma \mathbf{S}_v)^{-1} \mathbf{t}_{mc} \geq 0 \quad \forall \mathbf{t}_{mc} . \quad (6)$$

Un'altra condizione che assicura la valutazione oggettiva del valore di γ è quella di classificazione della misura in sub-domini omogenei. Dal punto di vista fisico ciò

corrisponde ad attribuire \mathbf{t}_{mc} alla classe k di nubi stratiformi ($k=1$) o convettive ($k=2$). Utilizzando la tecnica Bayesiana della massima probabilità a posteriori (MAP), la stima di appartenenza alla classe k si può ottenere mediante:

$$\hat{k} = Mode_k[\ln p(k | \mathbf{t}_m)] \quad (7)$$

dove *Mode* indica il valore modale rispetto a k della densità di probabilità a posteriori p .

DISCUSSIONE

Un'interpretazione della (5) può essere in data in termini di decomposizione in valori singolari (SVD) di \mathbf{S}_t , ovvero in termini di analisi in componenti principali (PCA) visto che \mathbf{S}_t è una matrice quadrata simmetrica (definita positiva). Il problema agli autovalori associato, caratterizzato dall'i-mo autovettore \mathbf{a}_{ti} e autovalore λ_i , è descritto da:

$$(\mathbf{S}_t - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{a}_{ti} = 0 \quad (8)$$

dove \mathbf{I} è la matrice identità. Ogni autovalore λ_i è proporzionale alla varianza del corrispondente componente principale con la nota proprietà di normalizzazione:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad (9)$$

dove λ_1 e λ_N sono il più grande e il più piccolo autovalore. Assumendo un uguale livello di rumore caratterizzato da una varianza \mathbf{s}_{et}^2 dell'error \mathbf{e}_t in ogni canale, il rapporto segnale-rumore (SNR) può essere definito da:

$$SNR = \frac{\lambda_N^2}{\mathbf{s}_{et}^2} \quad (10)$$

Applicando di nuovo l'analisi PCA alla matrice vincolata $(\mathbf{S}_t + \gamma \mathbf{S}_v)$, risulta che il suo più piccolo autovalore λ_{cN} è sempre maggiore di λ_N (se $\gamma \neq 0$). Infatti, $\lambda_{cN} = \lambda_N + \gamma s_{NN}$, dove s_{NN} è l' N -mo elemento diagonale di \mathbf{S}_v . Ciò implica che, dato lo stesso livello di rumore, mediante la tecnica VMR implicitamente si aumenta SNR rispetto al metodo OMR. Il prezzo da pagare nell'uso di VMR è relativo a una minore accuratezza ("smussamento") della stima dei parametri atmosferici in condizioni di misura non anomale.

Ringraziamenti: tale lavoro è stato finanziato da ASI, CNR-GNDICI e MIUR.

BIBLIOGRAFIA

- [1] F.S. Marzano, E. Fionda, P. Ciotti and A. Martellucci, "Ground-based multi-frequency microwave radiometry for rainfall remote sensing", *IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens.*, vol. 40, in press, 2002.
- [2] F.S. Marzano, E. Fionda, and P. Ciotti, "Simulation of radiometric and attenuation measurements along earth-satellite links in the 10 to 50 GHz band through horizontally-finite convective raincells", *Radio Sci.*, vol. 39, pp. 841-858, 1999.
- [3] F.S. Marzano, E. Fionda, P. Ciotti, and A. Martellucci, "Rainfall retrieval from ground-based multichannel microwave radiometers", in *Microwave Radiometry and Remote Sensing of the Environment*, P. Pampaloni Ed., VSP Intern. Sci. Publisher, Utrecht (The Netherlands), pp. 397-405, 1999.