

CARATTERIZZAZIONE ANALITICA DELLA REGIONE DI TRANSIZIONE DELLE ONDE LEAKY IN STRUTTURE DIELETTRICHE MULTISTRATO

P. Baccarelli, P. Burghignoli e G. Lovat

Università “La Sapienza” di Roma, Dipartimento di Ingegneria Elettronica
Via Eudossiana 18, 00184 Roma. E-mail: baccarelli@die.uniroma1.it

Abstract

In this work an original closed-form approximate evaluation is performed for the continuous-spectrum field excited by line and point sources in a dielectric multilayer configuration. By means of a suitable approximate asymptotic representation of the residual-wave field, the continuous-spectrum field has been expressed as the sum of two leaky waves, each weighted by a transition function which depends on both the frequency and the observation distance. This result is uniformly valid in frequency, i.e., both when the leaky wave is physical and in the entire transition region through the spectral gap, and explicitly shows the nature of the continuous spectrum in the transition region, providing insight into the nature of the fields on more complicated structures in microwave integrated circuits.

INTRODUZIONE

E' noto come il campo elettromagnetico eccitato da una generica sorgente in una guida d'onda aperta si possa esprimere attraverso il contributo di uno spettro discreto (modi guidati) e di uno spettro continuo (modi di radiazione) di autofunzioni di un opportuno operatore trasverso [1]. In molti casi tale rappresentazione può essere efficacemente sostituita con una rappresentazione approssimata in termini di modi *leaky*, cioè onde con costante di propagazione complessa che perdono progressivamente energia propagandosi lungo la struttura. Per opportuni valori dei parametri fisici coinvolti, il campo di un modo leaky può rappresentare accuratamente lo spettro continuo del campo elettromagnetico eccitato da una sorgente assegnata [1], [2].

In questo lavoro viene formulata una rappresentazione analitica originale dello spettro continuo eccitato in strutture planari costituite da dielettrici stratificati, in particolari regioni di frequenza note come *regioni di transizione* o *spectral gap* [3]. Con riferimento a un dato modo della struttura, queste regioni separano due intervalli di frequenza: un intervallo in cui il modo è in regime di leakage e costituisce una rappresentazione efficace dello spettro continuo, e un altro in cui il modo è sopra cutoff e dunque in regime di propagazione guidata. All'interno della regione di transizione, il modo leaky perde gradualmente significato fisico; di conseguenza, la parte di spettro continuo non rappresentata da esso, nota in letteratura con il nome di *onda residua* [4], non è più trascurabile e si pone il problema della sua rappresentazione analitica.

TEORIA

Il campo elettromagnetico all'interfaccia aria-dielettrico è noto in forma chiusa nel dominio spettrale [5]; il campo nel dominio spaziale si esprime allora mediante un'operazione di antitrasformata (di Fourier o di Hankel) che coinvolge un integrale lungo l'asse reale del piano complesso della variabile spettrale k_p . La funzione integranda presenta sia singolarità polari, in corrispondenza dei modi del multistrato, sia punti di diramazione di tipo algebrico, in $k_p = \pm k_0$ (essendo $k_0 = 2\pi/\lambda$ il numero d'onda nel vuoto). Questi ultimi rendono l'integrando una funzione polidroma a due valori, definita su una superficie di Riemann unione di due piani che possono essere scelti imponendo che su uno di essi sia soddisfatta la condizione di radiazione all'infinito (piano *proprio*) e sull'altro essa non sia soddisfatta (piano *improprio*); ciò si realizza introducendo tagli di diramazione del tipo mostrato in Fig. 1. Deformando opportunamente il

cammino di integrazione come in Fig. 1 e applicando il Teorema integrale di Cauchy, è allora possibile rappresentare il campo elettromagnetico mediante la somma di tre contributi: 1) la somma dei contributi dei residui dei poli che si trovano sull'asse reale del piano proprio (corrispondenti ai modi guidati sopra cutoff della struttura); 2) la somma dei contributi dei residui dei poli complessi che si trovano nel piano improprio e che vengono catturati dalla deformazione del cammino (corrispondenti ai modi leaky, uno dei quali è solitamente dominante rispetto agli altri); 3) un integrale definito su un cammino di steepest descent C_{k_0} che si svolge su entrambi i piani di Riemann (corrispondente al contributo di onda residua). La somma dei contributi leaky e dell'onda residua costituisce lo spettro continuo del campo elettromagnetico [5].

La rappresentazione integrale dell'onda residua è tuttavia poco maneggevole e di scarsa utilità per la comprensione delle caratteristiche analitiche del campo elettromagnetico, soprattutto in quell'intervallo di frequenze in cui il polo leaky dominante non è più catturato dalla deformazione del cammino e lo spettro continuo è praticamente costituito dalla sola onda residua. Questa è la cosiddetta *regione di transizione*, rappresentata in Fig. 2: essa comincia a quella frequenza per cui il polo leaky complesso improprio (C.I.) k_{LW1} non è più catturato dalla deformazione del cammino (*crossing point*, CP); aumentando la frequenza, esso si unisce al suo complesso coniugato k_{LW2} (che non è *mai* catturato) divenendo un polo doppio reale improprio allo *splitting point* (SP). Al di sopra della frequenza di splitting point, quest'ultimo si divide in due poli semplici reali e impropri (R.I.). Infine, al *cutoff* (CO), un polo diventa reale proprio (R.P.) (entrando così in un regime di propagazione guidata), mentre l'altro polo rimane definitivamente reale improprio [3]. Lo spettro continuo E_{CS} è allora espresso da:

$$E_{CS}(\rho, \varphi) = E_{LW1}(\rho, \varphi) u_{-1}[\Re(k_0 - k_{LW1})] + E_{RW}(\rho, \varphi) \quad (1)$$

essendo E_{LW1} il campo di onda leaky dovuto al polo k_{LW1} e E_{RW} il contributo di onda residua; ρ e φ sono le coordinate polari sul piano di interfaccia aria-dielettrico.

In questo ordine di idee, riveste un ruolo importante la determinazione di un'espressione in forma chiusa per l'onda residua. Operando allora un opportuno cambiamento della variabile di integrazione e valutando asintoticamente l'integrale risultante per grandi distanze dalla sorgente con il lemma di Watson, si ottiene un'espressione approssimata in forma chiusa dell'onda residua, all'interfaccia aria-superstrato; si può poi esprimere quest'ultima in funzione del contributo del polo leaky e del suo complesso coniugato (ovvero dei due poli reali impropri quando ci si trova nell'intervallo di frequenze tra lo splitting point ed il cutoff). Sommando all'onda residua così ottenuta il contributo del polo leaky (quando esso è catturato), si ottiene una rappresentazione approssimata dell'intero spettro continuo, valida sia all'interno sia all'esterno della regione di transizione. Tale rappresentazione è data dalla somma di due campi di onda leaky, E_{LW1} e E_{LW2} , ciascuno pesato da una funzione di transizione T_{LW} , nella forma:

$$E_{CS}(\rho, \varphi) \cong E_{LW1}(\rho, \varphi) T_{LW}(k_{LW1} - k_0, \rho) + E_{LW2}(\rho, \varphi) T_{LW}(k_{LW2} - k_0, \rho) \quad (2)$$

essendo

$$T_{LW}(k_{LWi} - k_0, \rho) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{Erf}\left[\sqrt{-j(k_{LWi} - k_0)\rho}\right] - \frac{j}{2\sqrt{\pi}} \frac{e^{j(k_{LWi} - k_0)\rho}}{\sqrt{j(k_{LWi} - k_0)\rho}} \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

Quando entrambi i poli complessi sono lontani dal cammino di integrazione, per mezzo dell'espressione asintotica della funzione Erf che interviene nell'Eq. (3), si deduce che la funzione di transizione per il contributo del polo leaky tende ad uno, mentre quella per il contributo del polo leaky complesso coniugato tende a zero. Ciò conferma che, in tale situazione, la considerazione di un solo polo è sufficiente per ottenere una accurata rappresentazione dello spettro continuo [5].

RISULTATI NUMERICI

La formulazione proposta è stata applicata al caso di una struttura substrato-superstrato (vedi l'inserito di Fig. 1) eccitata da una linea di corrente o da un dipolo orizzontale infinitesimo, sia elettrici sia magnetici. La struttura ha parametri costitutivi $\epsilon_{r1} = 2.1$, $\mu_{r1} = 1.0$, $\epsilon_{r2} = 10.8$, $\mu_{r2} = 1.0$, ed è stata ottimizzata per l'eccitazione del modo TE_3 al cutoff ($f_{co} = 19.500$ GHz); la regione di transizione per questo modo è mostrata in Fig. 2, nel cui inserto è anche riportata la posizione dei poli nel piano di steepest descent [2].

In Fig. 3 si considera il caso di un dipolo elettrico disposto lungo y . Per frequenze sufficientemente lontane dalle frequenze di cutoff dei modi TM_2 e TM_4 , lo spettro continuo può essere calcolato per mezzo della sola parte TE del campo, ad eccezione di un ristretto settore angolare intorno alla direzione del dipolo, dove comunque l'ampiezza del campo è molto più bassa che altrove. Si mostrerà, in particolare, la componente E_y del campo elettrico sul piano di interfaccia aria-superstrato, per $\varphi = 45^\circ$, in funzione dell'ascissa radiale normalizzata ρ/λ . In Fig. 3(a) si mostra il confronto tra lo spettro continuo esatto (*ECS*), calcolato numericamente come differenza tra il campo totale e la somma dei modi guidati sopra cutoff, e la formulazione proposta (*WLW1*+*WLW2*), alla frequenza $f = 19.493$ GHz; a questa frequenza i poli sono reali e impropri e la loro posizione nel piano di steepest descent è riportata nell'inserito; l'accordo tra le due curve è eccellente già da $\rho = 3\lambda$. In Fig. 3(b) lo stesso confronto è mostrato alla frequenza $f = 19.484$ GHz: ci si trova ancora all'interno della regione di transizione, ma i poli sono ora complessi coniugati. Le due curve continuano ad essere ancora quasi sovrapposte anche molto vicino alla sorgente. In Fig. 3(c) si mostra lo stesso confronto alla frequenza $f = 19.460$ GHz insieme al contributo del solo modo leaky (*LW1*): infatti, a tale frequenza, il polo leaky k_{LW1} è catturato dalla deformazione del cammino di integrazione e contribuisce direttamente allo spettro continuo. Tuttavia si può notare che, essendo ancora vicini alla regione di transizione, *LW1* sovrastima lo spettro continuo esatto, mentre la formulazione proposta continua ad essere in eccellente accordo con quella esatta. Infine, in Fig. 3(d) le tre curve sono mostrate alla frequenza $f = 19.200$ GHz; in questo caso il polo leaky è sufficientemente lontano dalla regione di transizione, come si vede nell'inserito; pertanto *LW1* è in buon accordo con *ECS*. La nostra formulazione è ancora in ottimo accordo con lo spettro continuo esatto.

Sebbene i risultati siano stati mostrati per una componente del campo in una fissata direzione angolare, in uno specifico intervallo di frequenze e in presenza di un'eccitazione costituita da un dipolo elettrico, analoghi risultati sono stati riscontrati in tutti gli altri casi, confermando l'accuratezza della formulazione proposta.

CONCLUSIONI

In questo lavoro si è fornita una rappresentazione analitica approssimata dello spettro continuo che consente per la prima volta di caratterizzare analiticamente la sua natura anche all'interno delle regioni di transizione. In tutti i casi esaminati è stata evidenziata la notevole accuratezza della formulazione proposta. Sebbene sviluppato per strutture di tipo canonico, tale approccio può essere utilizzato per lo studio di strutture più complicate che supportino modi leaky, di interesse pratico nell'ambito dei circuiti e delle antenne in tecnologia planare.

Bibliografia

- [1] T. Rozzi e M. Mongiardo, *Open electromagnetic waveguides*. London, UK: IEE Press, 1997.
- [2] T. Tamir e A. A. Oliner, "Guided complex waves. Part I: Fields at an interface. Part II: Relation to radiation patterns", *Proc. IEE*, vol. 110, pp. 310-334, febbraio 1963.
- [3] P. Lampariello, F. Frezza e A. A. Oliner, "The transition region between bound-wave and leaky-wave ranges for a partially dielectric-loaded open guiding structure", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, pp. 1831-1836, dicembre 1990.
- [4] D. R. Jackson, F. Mesa, M. J. Freire, D. P. Nyquist e C. Di Nallo, "An excitation theory for bound modes, leaky modes, and residual-wave currents on stripline structures", *Radio Sci.*, vol. 35, pp. 495-510, marzo-aprile 2000.
- [5] L. Felsen e N. Marcuvitz, *Radiation and scattering of waves*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973.

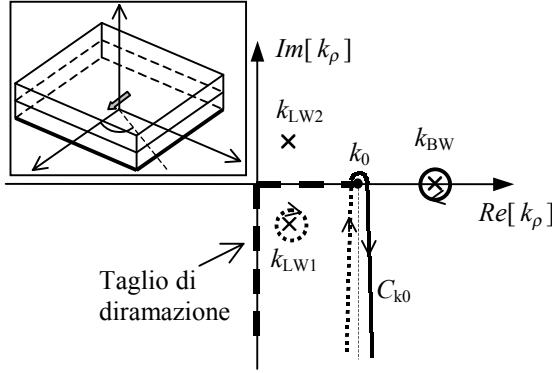


Fig. 1 – Piano complesso della variabile spettrale k_ρ , con l'indicazione delle singolarità della funzione di Green spettrale: k_{BW} polo guidato; k_{LW1} , k_{LW2} poli leaky; k_0 punto di diramazione. *Inserto*: la struttura substrato-superstrato eccitata da un dipolo orizzontale infinitesimo e relativo sistema di riferimento.

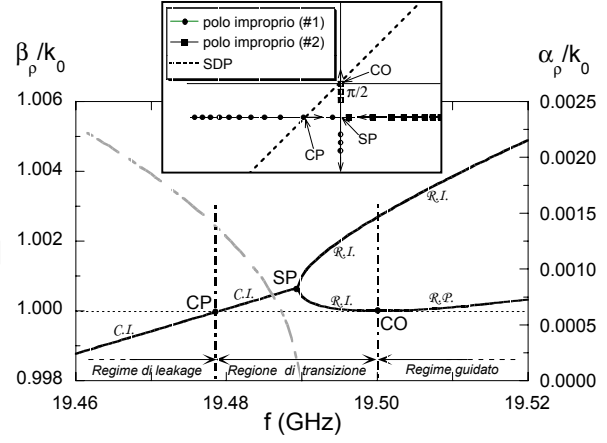


Fig. 2 – Diagramma di dispersione del modo TE_3 della struttura di Fig. 1 (inserto), nell'intorno della sua regione di transizione. *Linea continua*: costante di fase normalizzata β_p/k_0 ; *linea tratteggiata*: costante di attenuazione normalizzata α_p/k_0 . *Inserto*: posizione dei poli nel piano di steepest descent; SDP: cammino di steepest descent.

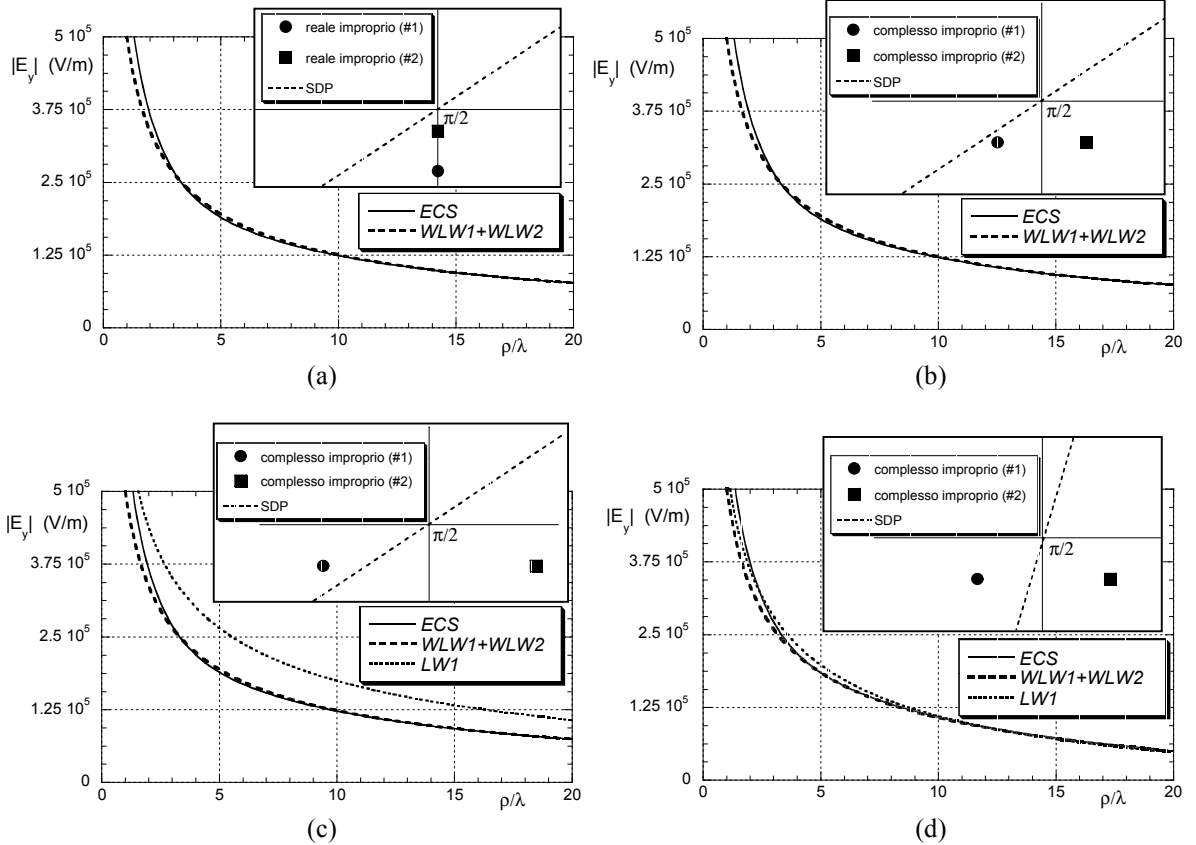


Fig. 3 – Modulo della componente E_y del campo elettrico all'interfaccia aria-superstrato per la struttura di Fig. 2, eccitata da un dipolo elettrico lungo y , per $\varphi = 45^\circ$ in funzione di ρ/λ . (a) $f = 19.493$ GHz; (b) $f = 19.484$ GHz; (c) $f = 19.460$ GHz; (d) $f = 19.200$ GHz. ECS: spettro continuo esatto; $WLW1+WLW2$: modi leaky pesati; $LW1$: modo leaky relativo al polo k_{LW1} . *Inserti*: posizione dei poli nel piano di steepest descent.